тинках) и/или физических объектах, по возможности с учетом будущей специальности обучаемых. Уровневое чтение лекций осуществляется с продуманной системой указания (обозначения) уровней, при этом уровень А детально анализируется, обосновывается и иллюстрируется на примерах, более высокие уровни Б и С излагаются, как правило, реферативно со ссылками на литературу, где при необходимости можно недостающие сведения восполнить. Закрепление материала контролируется соответствующими упражнениями.

Практические занятия. На практических занятиях студенты уточняют и закрепляют лекционный материал, получая разъяснение основных теоретических положений курса, овладевают основными способами, приемами и методами решения математических задач, в том числе и адаптированных к будущей специальности. При уровневой методологии обеспечения практических занятий каждый студент по каждой теме получает одно из равносильных заданий сразу на *всех* уровнях: А+Б+С, однако к выполнению последующего уровня приступает лишь после выполнения всех заданий предыдущего в отличие от распространенной практики раздачи карточек для «сильных» и «слабых» студентов. При выполнении уровневого задания А+Б+С сильный студент, как и слабый, обязан выполнить стандартные задачи уровня А, при этом, как правило, он это делает гораздо быстрее и зачастую более оригинальным способом. В результате выполнения задания каждый студент оказывается на своем уровне: А, А+Б или А+Б+С. Представляется также полезным на первых занятиях по высшей математике проводить диагностический уровневый тест по элементарной математике, позволяющий определить качество знаний, умений и навыков поступивших абитуриентов. По результатам этого теста студентам, его не прошедшим, предлагается уровневое задание по элементарной математике. Тест проводится по тем разделам школьного курса, которые оказываются затем более востребованными в курсе высшей математики, причем задания достаточно готовить в двух уровнях: А и Б. Здесь происходит первоначальное осознание студентом собственных (индивидуальных) способностей. Четкое разграничение материала по уровням сложности и выделение обязательного поля знаний по предмету оказывается мощным стимулом и дополнительной мотивацией к обучению не только для хорошо успевающих студентов, но и для тех, кому трудно (особенно на I курсе) усвоить достаточно абстрактный материал высшей математики.

Лабораторные работы. Уровневое методическое обеспечение лабораторных работ имеет целью развить у студентов навыки уровневого математического моделирования, т.е. моделирования путем последовательного улучшения (уточнения) и, как правило, усложнения математически моделей, их исследования методами современной компьютерной математики с учетом избранной специальности, анализ полученных моделей с точки зрения физических процессов, которые они моделируют.

Самостоятельная работа студентов. Процесс обучения хорошо и правильно организован, если главным действующим лицом в нем является сам обучаемый: Преподавателю в этом процессе отводится роль, хотя и очень важная, но все-таки второго плана – помочь, во всяком случае – не навредить. На переднем плане, таким образом, в процессе обучения оказывается самостоятельная работа самого обучаемого, как важнейшее условие качества (эффективности) обучения. Самостоятельная работа студентов в основном организуется посредством текущих заданий по практическим занятиям, выдачи расчетно-графических заданий (типовых расчетов) по избранным темам курса, теоретических тем, выносимых на самостоятельное обучение, а также в рамках научно-исследовательской работы студентов. Здесь также используется уровневое методическое обеспечение, причем задания для самостоятельной работы выдаются, как правило, не менее чем на недельный срок. Руководство самостоятельной работой осуществляется главным образом через консультации и самоподготовку студентов под контролем преподавателя, что должно было бы обеспечиваться и соответствующими учебными планами.

Контроль качества обучения. Применяются различные формы уровневого текущего, рубежного и итогового контроля: опрос по теории, математические диктанты, контрольные (без пользования справочной литературой) и самостоятельные (со справочной литературой) работы, тесты и др. Главной формой контроля усвоения курса является итоговый экзамен или зачет (в устной форме, письменной, письменной с последующим устным собеседованием, в форме теста). Для большей эффективности контролирующих мероприятий используются уровни явные и неявные (скрытые), однако

непременным условием должно быть наличие в каждом уровневом задании хотя бы одного простого ответа (базового уровня А).

Одним из атрибутов системы образования, обеспечивающих контроль качества подготовки учащихся на современном этапе, являются тесты. Однако тестирование не позволяет проконтролировать в полной мере широту и глубину усвоения материала, а также степень соответствия выработанных умений и навыков требуемым стандартам. Нужно ясно представлять, что хорошо в тестировании и что в нем плохо, какие цели реализуются в такой форме контроля и обучения. С одной стороны, чем больше вопросов в тесте, тем точнее общее представление о степени усвоения материала тестируемыми, с другой – тем более эти вопросы поверхностны и, следовательно, идут потери в контроле глубины усвоения. При рубежной и итоговой аттестации тестирование, во всяком случае, без последующего устного собеседования, не представляется целесообразной формой контроля. В случае применения тестов рекомендуется уровневая методика их составления (с несколькими правильными ответами разной глубины понимания, со штрафными баллами и т. д.).

При организации контроля и самоконтроля знаний студентов важная роль отводится контрольно-проверочным работам, предназначенным для корректировки знаний в ходе изучения материала. Прежде всего, студенты должны выполнить практические программные минимумы по темам. Поскольку это не у всех и не всегда получается с первого раза, на кафедре разработано методическое обеспечение самостоятельной работы студентов в виде тренировочных контрольных работ с тремя уровнями консультаций. Первый уровень содержит ответ, во втором – приводится идея решения, в третьем – дается практически полное решение. Для успевающих студентов предлагаются различные формы уровневой управляемой самостоятельной работы путем теоретических и практических упражнений по курсу с различными уровнями сложности, математического моделирования практических задач по выбранной специальности (зачастую в сотрудничестве со специальными кафедрами), выступлений в студенческих группах и на конференциях, что в совокупности призвано сформировать математическое образование современного инженера.

Литература

1. Марченко В.М. Уровневая технология организации учебного процесса // Инновационные образовательные технологии, № 4(12), 2007, с. 31 – 40

НОРМАЛИЗАЦИЯ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ КАНОНИЗАЦИИ

И.К. Асмыкович
Белорусский государственный технологический университет, г. Минск, Беларусь
asmik@tut.by

При разработке математических моделей экономических систем и технологических процессов на производстве, а также систем автоматического управления такими процессами необходимо учитывать как дифференциальные, так и алгебраические связи в виде уравнений материального баланса в экономике, либо законов Киргофа в электротехнике, либо фондообразующих и нефондообразующих отраслей в экономической системе государства. Кроме того, часто необходимо принимать во внимание и эффекты последействия. Адекватной математической моделью таких процессов являются дескрипторные динамические системы с отклоняющимся аргументом. Такие системы называют либо вырожденными, либо сингулярными [1], либо системами неразрешенными относительно производной, либо системами с обобщенным пространством состояний, либо алгебро-дифференциальными [2] либо дескрипторными [4-6], причем последнее название превалирует.

Для таких систем изучены различные постановки задач управляемости и наблюдаемости [1,2], двойственных связей между ними, рассмотрены обобщения основных задач на управление по принципу обратной связи [4,6], выделены специфические задачи типа регуляризации, нормализации и т.д. Учет влияния эффектов последействия приводит к изучению дескрипторных систем с запаздыванием [4,6].

Пусть объект управления описывается обыкновенной дескрипторной системой

$$\begin{aligned} &H\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ &Hx(0) = Hx_0 \end{aligned} \qquad (1)$$

где $x(t) - n$ - вектор, $u(t)$ - r -мерный вектор управления, который предполагается достаточно гладким, H, A, B - постоянные матрицы соответствующих размеров.

К настоящему времени наиболее подробно изучены регулярные системы вида (1), т.е. системы с регулярным пучком матриц $\left[\lambda H - A\right]$. Как известно [1], это означает, что матрица H квадратная и выполняется условие регулярности

$$\det\left[\lambda H - A\right] \neq 0 \quad \textit{для} \quad \textit{некоторого} \quad \lambda \qquad (2)$$

При выполнении условия (2) система (1) имеет единственное решение при достаточно гладких управлениях $u(t)$.

Рассматривая задачи по управлению линейными дескрипторными системами по принципу обратной связи, т.е. задачи модального управления, стабилизации, расцепимости, реконструкции было выяснено, что свойство регулярности неивариантно относительно обратной связи. Кроме того, практический интерес преставляет собой вопрос о существовании линейного регулятора, обеспечиваюшего регулярность вырожденной системе.

Определение 1. Система (1) с квадратной матрицей H называется регуляризируемой пропорциональной обратной связью, если существует матрица Q, такая что система (1) замкнутая регулятором

$$u(t) = Qx(t) + Gv(t) \qquad (3)$$

является регулярной.

Определение 2. Система (1) с квадратной матрицей H называется регуляризируемой пропорционально-дифференциальной обратной связью, если существует матрицы F и Q, такие что система (1) замкнутая регулятором

$$u(t) = F\dot{x}(t) + Qx(t) + Gv(t) \qquad (4)$$

является регулярной.

Ясно, что если матрица H в дескрипторной системе (1) при производной невырождена, то система регулярна и может быть сведена к обыкновенной системе путем умножения на обратную матрицу.

Определение 3. Система (1) с квадратной матрицей H называется нормализуемой, если существует обратная связь по производной, т.е. матрица F, такая что матрица $\left[H - BF\right]$ - невырождена.

Для нормализуемых дескрипторных ситем можно использовать все результаты по качественной теории управления обыкновенными линейными системами.

Так как проблема нормализации сводится к решению линейного матричного уравнения

$$H - BF = P, \quad \det P \neq 0 \qquad (5)$$

то воспользуемся техникой решения матричных уравнений, разработанной под руководством В.Н. Букова [3,7], которая называется методом канонизации [3,7,8].

Суть этого метода заключается в разработке специальных конструкций, которые авторы называют правые и левые делители нуля, а также канонизаторы прямоугольных матриц, позволяющие дать полную параметризацию решений различных типов матричных уравнений. В частности, все множество решений правостороннего матричного уравнения $XA = B$ с прямоугольными матрицами соответствующих размеров при выполнениии условия разрешимости $B\overline{A}^R = 0$ определяется формулой с минимальной параметризацией

$$\left\{X\right\}_\eta = B\overline{A} + \eta\overline{A}^L,$$

где η – матрица соответствующего размера с произвольными элементами [3]. Аналогичные формулы получены для левосторонних и двухсторонних матричных уравнений, а также для уравнений Лурье- Риккати. В этих работах проведено подробное сравнение различных методов решения матричных уравнений и прведен подробный алгоритм для решения уравнений со специальной структурой [3]. Такие методы решения могут быть достаточно корректно запрограммированы с помощью пакета MATLAB [7,8] и использованы для синтеза реальных систем управления.

Пример 2. Рассмотрим дискретную дескрипторную систему:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t+1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} u(t). \qquad (6)$$

Для нее уравнение (5) имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Запишем его в виде левостороннего матричного уравнения

$$\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\\1&0\end{pmatrix}F\text{, т.е. }\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\\1&0\end{pmatrix}F$$

Одним из решений этого уравнения будет матрица $F=\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$. Для этого уравнения левый делитель нуля $\ddot{A}^L=\lfloor -1\quad 1\quad 0\rfloor$ и условие разрешимости выполняется. Все множество решений матричного уравнения запишется через канонизатор матрицы и правый делитель нуля в виде $\{F\}_\eta=\bar{A}B+\bar{A}^R\eta$, а так как левый делитель матрицы при неизвестных для данного уравнения равен нулю, то его решение будет единственным. Нормализованная система имеет вид

$$x(t+1)=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&1\\0&0&-1\end{pmatrix}x(t)+\begin{pmatrix}0&1\\0&1\\1&0\end{pmatrix}u(t).$$

Таким образом, при решении задачи нормализации выбор параметров может быть только при условии большого числа входов, т.е. когда матрица входного устройства имеет ранг меньше чем ее оба размера. Ясно, что задача усложняется, если рассматривать регуляризацию системы, особенно для дескрипторных систем с отклоняющимся аргументом. Следует отметить, что методика канонизации матриц может быть применена к решению задач на управление по типу обратной связи для систем с отклоняющимся аргументом как регулярных, так и дескрипторных. Но здесь возникают большие сложности, связанные с тем, что элементы переходных матриц для таких систем представляют собой не отношение полиномов, а отношения квазиполиномов, что существенно усложняет их анализ и синтез.

Литература

1. Dai L. Singular Control Systems. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.118. – Berlin, Springer-Verlag, 1989.
2. Чистяков В.Ф., Щеглова А.А. Избранные главы теории алгебро-дифференциальных систем. — Новосибирск: Сибирская издательская фирма РАН «Наука», 2003 - 320 с.
3. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. – Калуга: Издательство научной литературы Н.Ф. Бочкаревой, 2006. – 720 с.
4. Асмыкович И.К. Некоторые задачи качественной теории управления для дескрипторных систем // Весцi АН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук.-1996.-N4.-с.115.
5. Асмыкович И.К. Применение метода вложения в теории дескрипторных систем // Международная научно-техническая конференция «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов», 6-8.06.2006г. Материалы конференции, Минск 2006, с.163-164.
6. Асмыкович И.К. Метод расчета регуляторов для дескрипторных систем с запаздыванием методом канонизации // Управление в социальных и экономических системах: Материалы XV международной научно-практической конференции (6 июня.2006г., Минск) / Редкол. Н.В. Суша (пред.) и др. Минский институт управления. – Мн. Из-во МИУ, 2006, с.227-228.
7. Асанов А.З., Ахметзянов И.З. Канонизация матриц произвольного порядка средствами MATLAB // Труды II Всероссийской научной конференции ПРОЕКТИРОВАНИЕ НАУЧНЫХ И ИНЖЕНЕРНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ В СРЕДЕ MATLAB / 26-28 мая 2004 года, Москва, Россия. – С. 796-804.
8. Асанов А. З., Кариман В.С. Решение задачи синтеза многосвязной системы автоматического управления с запаздыванием по управлению с применением метода канонизации в среде MATLAB // Труды III Всероссийской научной конференции ПРОЕКТИРОВАНИЕ НАУЧНЫХ И ИНЖЕНЕРНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ В СРЕДЕ MATLAB / 23-26 октября 2007 года, Санкт-Петербург, Россия. – С. 936-949.

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА ИНВЕСТИЦИЙ В ОСНОВНОЙ КАПИТАЛ

А.В. Безбородова
НИЭИ Министерства экономики Республики Беларусь, г. Минск, Беларусь
a.bezborodova@tut.by

Моделирование динамики инвестиций в условиях высокого динамизма процессов развития экономики переходного периода является актуальной проблемой.

Объект исследования данной работы – инвестиции в основной капитал Республики Беларусь, представляющие собой стоимость строительно-монтажных работ; стоимость всех видов машин и оборудования, транспортных средств, инструмента и инвентаря, включая поступившие безвозмездно; стоимость прочих работ и затрат (проектно-изыскательские работы, затраты на содержание аппарата заказчика строящихся организаций и другие работы и затраты); стоимость дачного строительства и стоимость ценностей (ювелирные изделия из драгоценных камней и металлов; картины, признаваемые как произведения искусства; предметы антиквариата и тому подобное) [1].

Инвестиционные процессы характеризуются высокой степенью подвижности и формируются под воздействием целого комплекса факторов. На макроэкономическом уровне факторами, определяющими динамику инвестиционных процессов (INV_t), являются: национальный объем производства (GDP_t), величина валового накопления (GI_t), распределение получаемых доходов на потребление(CH_t) и сбережение, ожидаемый темп инфляции (PPI_t), ставка ссудного процента, налоговая политика государства, условия финансового рынка, обменный курс денежной единицы ($EXCH\_R_t$), валовая прибыль в экономике страны (P_t) воздействие иностранных инвесторов, изменение экономической и политической ситуации и др. [2].

Временные ряды, используемые при моделировании инвестиций в основной капитал Республики Беларусь, были сформированы на основе статистической документации Министерства статистики и анализа, а также Национального банка Республики Беларусь за временной период 1998 – 2006 гг. и имеют квартальную периодичность.

При выборе вида эконометрической модели одно из основных свойств временного ряда, требующих анализа – это порядок интегрированности, или, другими словами, анализ на стационарность. Для определения порядка интегрированности временного ряда использовались два наиболее распространенных теста: расширенный тест Дики-Фулера (ADF- тест) и тест Квятковского-Филипса-Шмидта-