ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ УСТОЙЧИВОЙ РЕЙТИНГОВОЙ ОЦЕНКИ

Гедранович А.Б., аспирант Белорусского государственного университета

Резюме. Анализируется устойчивость рейтингов в зависимости от функции масштабирования, функции свертки частных критериев, методов расчета групповых критериев и методов выбора границ критериев. Доказывается возможность возникновения аномалий при некорректном выборе параметров рейтинга. Даются рекомендации по устранению аномалий при расчете рейтингов.

Summary. The indices of higher educational institution activity have been considered, which enable to assess the competitive potential and competitive power of the institution as a whole as well as by different directions of its activity. The competitive power of the institution has been considered depending on the competitive potential and the tuition fee. The formulae for their calculation have been produced.

Рейтинговая оценка – это популярный инструмент оценки качества услуг различных субъектов. Сегодня широко известны методики составления банковских рейтингов [1, 2, 3, 4, 5, 6], рейтингов государств [7, 8], вузов [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. Основой большинства подобных методик является расчет результирующего критерия, полученного, как правило, путем свертки частных критериев [2, 4, 9, 16]. Однако существует несколько параметров расчета рейтинга, которые могут существенно повлиять на конечный результат – это функция масштабирования (нормирования) частных критериев, функция свертки, метод расчета групповых рейтингов, метод выбора границ критериев.

В данной статье автором исследуется устойчивость рейтинговой оценки при изменении вышеуказанных параметров, устанавливается характер их влияния и даются рекомендации для составления практических рейтингов. Во второй части статьи вводится понятийный аппарат, обобщающий известные методики, и строго доказывается наличие аномалий при вариации параметров рейтинга.

Влияние функции масштабирования на устойчивость рейтинговой оценки. Частные критерии, используемые при составлении рейтингов, могут иметь различные диапазоны абсолютных значений, поэтому до свертки их необходимо масштабировать – перевести в безразмерные величины. Например, при составлении рейтинга вузов в качестве критериев могут использоваться такие показатели как число профессоров в расчете на одного студента и число единиц хранения библиотечного фонда. Очевидно, что в таких случаях необходимо привести эти показатели к единой шкале.

Основным принципом масштабирования является получение безразмерной величины, показывающей сравнительную характеристику конкретного объекта рейтинга относительно остальных. Для этого преобразования можно использовать любую кусочно-непрерывную и монотонно-возрастающую (монотонно-убывающую) на некотором отрезке функцию, с максимальным значением которой связано наилучшее (наихудшее) значение критерия (см. рис. 1).

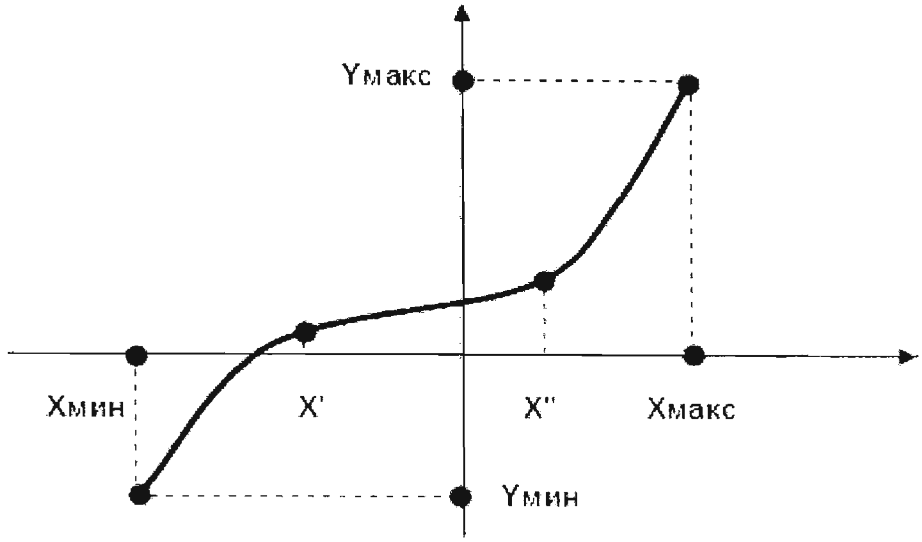


Рис. 1. Произвольная функция масштабирования

Кроме основного предназначения, перевода значений критериев в безразмерные величины, функцию масштабирования можно использовать для выделения разницы в близких значениях критериев. Очевидно, что разница будет тем более заметной, чем выше абсолютное значение первой производной функции масштабирования. Например, в случае, представленном на рис. 1, явно подчеркивается различие значений критериев в диапазоне $[X_{мин}; X^{'}] \cup [X^{"}; X_{макс}]$, что может быть продиктовано необходимостью сформировать классы лидеров, аутсайдеров и «середняков» рейтинга.

Однако на практике используются линейные функции масштабирования [3, 8, 9, 11], некоторые из которых мы приведем ниже.

Масштабирование по диапазону:

$$x_{ij}^{*} = \frac{x_{ij} - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \qquad (1)$$

где x_{ij} – это значение j-го критерия для i-го объекта; $x_j^{\min}$ – минимальное значение j-го критерия для *всех* объектов; $x_j^{\max}$ – максимальное значение j-го критерия для всех объектов; x_{ij}^{*} – масштабированное значение j-го критерия для i-го объекта. Диапазон выходных значений – [0;1].

Масштабирование по максимальному значению:

$$x_{ij}^{*} = \frac{x_{ij}}{x_j^{\max}}, \qquad (2)$$

Диапазон выходных значений – $\left[\frac{x_j^{\min}}{x_j^{\max}};1\right]$.

Масштабирование по среднему значению:

$$x_{ij}^{*} = \frac{x_{ij}}{x_j^{avg}} \qquad (3)$$

где x_j^{avg} – среднее значение j-го критерия для всех объектов. Диапазон выходных значений – $\left[\frac{x_j^{\min}}{x_j^{avg}};\frac{x_j^{\max}}{x_j^{avg}}\right]$.

Масштабирование по эталону:

$$x_{ij}^{*} = \frac{x_{ij}}{x_j^{эт}} \qquad (4)$$

где $x_j^{эт}$ – эталонное значение j-го критерия. Диапазон выходных значений – $\left[\frac{x_j^{\min}}{x_j^{эт}};\frac{x_j^{\max}}{x_j^{эт}}\right]$.

Масштабирование по стандартному отклонению:

$$x_{ij}^{*} = \frac{x_{ij} - x_j^{avg}}{\sigma_j} \qquad (5)$$

где σ_j – стандартное отклонение для j-го критерия. Диапазон выходных значений –

$\left[\frac{x_j^{\min} - x_j^{avg}}{\sigma_j};\frac{x_j^{\max} - x_j^{avg}}{\sigma_j}\right]$.

Функции, заданные формулами (2)-(5), обладают очевидным недостатком – это отсутствие возможности контролировать выходной диапазон масштабируемых значений. Кроме того, указанные методы подходят не для каждого набора данных. Например, если некоторые частные критерии принимают отрицательные значения, то масштабируемые критерии, и, как следствие, результирующий рейтинг могут быть меньше 0. Это вносит дополнительные сложности в методику, а также затрудняет интерпретацию результатов. Но существует ряд случаев, когда это свойство может оказаться полезным, в частности, при директивном задании нормативных показателей для объектов рейтинга [2, 4]. Тем не менее, для большинства случаев наиболее универсальным методом из рассмотренных является масштабирование по диапазону (1).

Практические исследования показывают, что варьирование функцией масштабирования порождает различный порядок объектов в рейтинге. Причем будет или нет проявляться изменение в порядке, зависит лишь от исходных данных (во второй части статьи строго описываются условия изменения порядка объектов в рейтинге). В данном контексте целесообразно лишь рекомендовать выбирать в качестве функции масштабирования (1) или любую другую функцию, ограниченную уровнями 0 и 1. Иногда удобнее получать итоговые оценки в 10-балльной или 100-балльной шкале, в таких случаях нужно умножить масштабированное значение на соответствующий коэффициент.

Влияние функции свертки на устойчивость рейтинговой оценки. После перевода всех частных критериев в безразмерные величины необходимо провести их свертку – агрегирование в единый результирующий показатель. Для этого чаще всего применяется сепарабельная функция [11]. Вид этой функции во многом определяет, какие высокие или низкие значения частных критериев наиболее важны, достаточно ли иметь несколько экстремально высоких критериев для занятия первых строк в рейтинге или необходимо обладать равномерными значениями критериев и т.п.

Ниже приведены наиболее популярные функции свертки, используемые при расчете рейтингов [2, 9, 11, 16]. Для большей наглядности будем отображать результаты свертки по каждой из функций для некоего рейтинга из восьми критериев (К1-К8) на лепестковой диаграмме, а все весовые коэффициенты примем равными 1/8.

Линейная свертка:

$$R_i = \sum_j w_j \cdot x_{ij}^* \qquad (6)$$

где x_{ij}^* – масштабированное значение j-го критерия для i-го объекта; R_i – итоговый рейтинг i-го объекта; w_j – весовой коэффициент для j-го критерия, $\sum_j w_j = 1$.

Каждый критерий при линейной свертке вносит в итоговый рейтинг вклад, пропорциональный весовому коэффициенту (см. рис. 2). В большинстве известных рейтингов используется именно функция линейной свертки с весовыми коэффициентами вида (6).

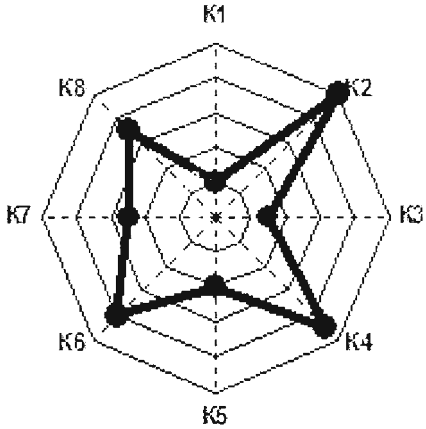


Рис. 2. Линейная свертка

Определение самих весов чаще всего проводится методами экспертных оценок, что порождает многочисленные споры[1]. При достаточно большом числе частных критериев рейтинга нахождение весовых коэффициентов превращается в трудоемкую задачу, поэтому нередко в таких случаях всем критериям назначаются равные веса.

Логарифмическая свертка:

$$R_i = \sum_j \log(w_j \cdot x_{ij}^*) \qquad (7)$$

На диаграмме (см. рис. 3) заметно, что отклонение от слагаемых по линейной свертке (см. рис. 2) тем меньше, чем больше значение критерия. Таким образом, можно рекомендовать использовать эту функцию при большом разбросе значений критериев, что характерно либо для специфических наборов данных, либо для масштабирования способами (2)-(5).

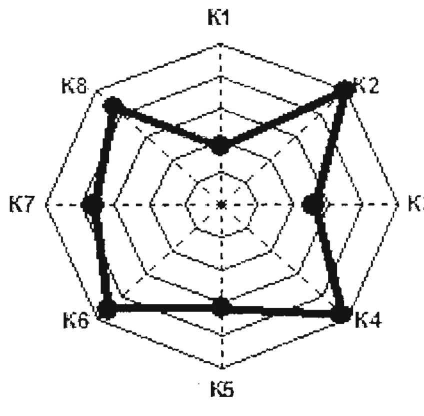


Рис. 3. Логарифмическая свертка

[1] Можно вспомнить методику издательства «*U.S. News and World Report*» [13], часто критикуемую за придание критерию «Академическая репутация вуза» веса в 25% в рейтинге «*America's Best Colleges*».

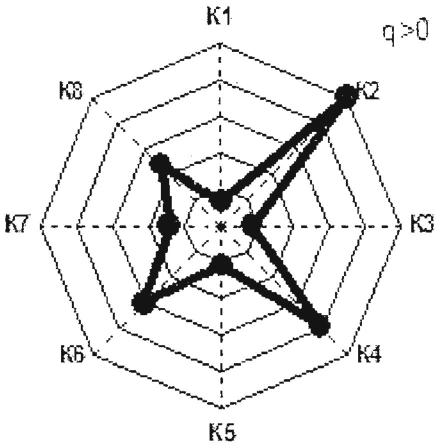
Экспоненциальная свертка:

$$R_i = \sum_j e^{q \cdot w_j \cdot x^*_{ij}} \qquad (8)$$

где q – степенной коэффициент, $q \neq 0$.

Характер влияния этого вида свертки зависит от степенного коэффициента q, при положительных значениях которого профиль свертки (см. рис. 4) повторяет профиль линейной свертки (см. рис. 2), но большее значение придается высоким значением критериев. Такую функцию можно использовать, если необходимо вывести вперед объекты, намного опережающие остальные по нескольким критериям [11]. Однако чаще это свойство экспоненциальной свертки является скорее недостатком, чем преимуществом.

При отрицательных значениях степенного коэффициента q меньшие значения критериев сильнее влияют на результат, что подтверждает профиль такой свертки (см. рис. 4), являющийся как бы «обратным» по отношению к профилю линейной свертки (см. рис. 2).



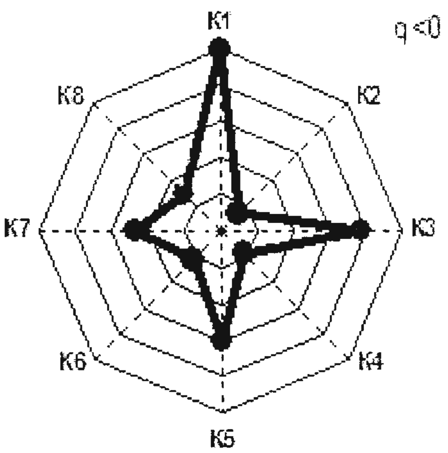


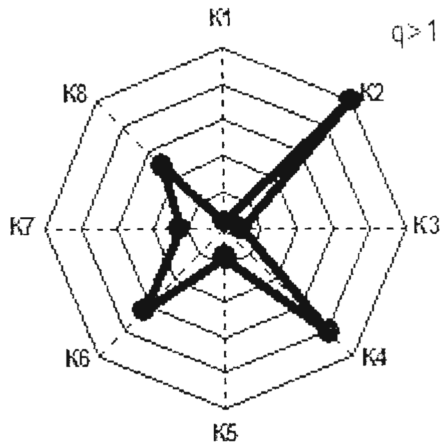
Рис. 4. Экспоненциальная свертка

Степенная свертка:

$$R_i = \sum_j (w_j \cdot x^*_{ij})^q \qquad (9)$$

В результате использовония данной свертки можно получить четыре различных профиля (см. рис. 5), в зависимости от модуля степенного коэффициента q. Так при положительных q профиль получается «прямым», причем значения $q > 1$ ведут к большему вкладу высоких оценок критериев и подавления вклада низких оценок, а значения $0 < q < 1$ сглаживают высокие баллы, выравнивая тем самым вклад высоких и низких значений критериев. При отрицательных q ситуация противоположная: значения $q < -1$ усиливают низкие оценки критериев при подавлении высоких, а значения $-1 < q < 0$ ведут к выравниванию вклада в общий рейтинг высоких и низких оценок критериев, оставляя преимущество за последними. Заметим, что при $q = 1$ степенная свертка (9) ведет себя аналогично линейной (6).

Выбор функции свертки во многом определяет положение объекта в итоговом рейтинге. Но на практике в рамках одной рейтинговой методики различные свертки применяются крайне редко. Поэтому основная задача при построении таковой заключается в выборе функции, адекватной исходным данным и целям рейтинга. Опыт свидетельствует, что свертки (7), (8) и (9) применяются для построения рейтинговой оценки лишь в исключительных случаях и представляют скорее теоретический интерес. Их использование, в силу описанных выше свойств, может оказаться действенным для специфических наборов данных или масштабирования критериев нестандартным способом. В большинстве известных рейтингов используется функция линейной свертки с весовыми коэффициентами вида (6).



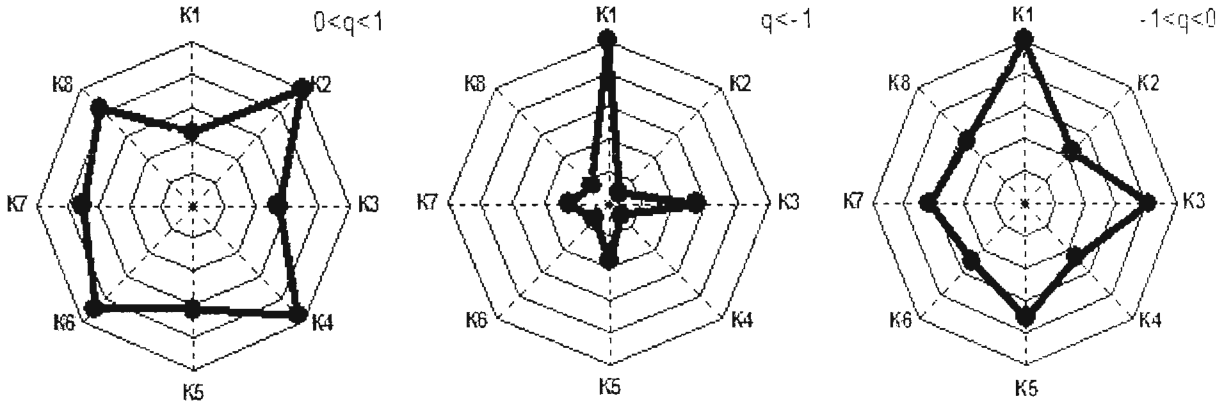


Рисунок 5. Степенная свертка

Влияние групповых рейтингов на устойчивость рейтинговой оценки. При рейтинговой оценке сложных объектов, таких, например, как вузы, часто возникает необходимость произвести не только общее ранжирование, но и упорядочить объекты в группах. В частности, может возникнуть необходимость составить отдельные рейтинги государственных и частных вузов.

При составлении групповых рейтингов было замечено, что в некоторых случаях объекты рейтинговой оценки могут менять свой порядок относительно общего рейтинга [17]. Например, если вуз A и вуз B относятся к вузам одного профиля, то может возникать ситуация в которой вуз A будет уступать вузу B в общем рейтинге всех вузов, но опередит его в рейтинге вузов данного профиля.

Продемонстрируем это на примере (см. Табл. 1). При расчетах использовалось масштабирование по диапазону (1) и линейная свертка с весовыми коэффициентами (6) $w_j = \frac{1}{3}$, где $j = \overline{1,3}$.

Таблица 1

Вузы	Критерии				
	Критерий №1	Критерий №2	Критерий №3		
A	7	180	22		
B	8	190	18		
C	2	140	14		
D	6	160	35		
Общий рейтинг					
Вузы	**Масштабированные критерии (вузы A-D)**			**Итоговый рейтинг**	**Место**
	Критерий №1	**Критерий №2**	**Критерий №3**		
A	0.8333	0.8000	0.3810	0.6714	**3**
B	1.0000	1.0000	0.1905	0.7302	**1**
C	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	**4**
D	0.6667	0.4000	1.0000	0.6889	**2**
Групповой рейтинг					
Вузы	**Масштабированные критерии (вузы A-C)**			**Итоговый рейтинг**	**Место**
	Критерий №1	**Критерий №2**	**Критерий №3**		
A	0.8333	0.8000	1.0000	0.8778	**1**
B	1.0000	1.0000	0.5000	0.8333	**2**
C	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	**3**

Описанная аномалия во многом затрудняет интерпретацию полученных рейтинговых оценок, поэтому актуальными задачами становятся установление причин этого явления и разработка методов «подавления» такого эффекта.

Влияние выбора границ критериев на устойчивость рейтинговой оценки. В продолжение рассмотрения данной темы следует обратить внимание на способы определения границ критериев при их масштабировании. На практике используется несколько вариантов:

1) задание границ критериев константами-эталонами;

2) задание границ критериев как минимального и максимального значения в генеральной совокупности;

3) задание границ критериев как минимального и максимального значения в группе.

К преимуществам 1-го способа следует отнести возможность сравнения рейтинга за различные годы и отсутствие изменения порядка в групповых рейтингах. Именно этот способ используется ООН при расчете индекса развития человеческого потенциала [7]. К недостаткам – возможность выхода значения критерия за заданные границы и сосредоточение рейтинговых оценок в узком интервале. Но если значение критериев слабо меняется со временем, то это вполне оправдано.

2-ой способ также отличается отсутствием изменения порядка в групповых рейтингах, но не подвержен опасности выхода значений за заданные границы. Вместе с тем при использовании этого способа наблюдается сосредоточение рейтинговых оценок в узком интервале при групповых рейтингах, а также отсутствует возможность строгого сравнения рейтингов за различные годы.

Самая качественная сравнительная характеристика объектов в группе обеспечивается 3-им способом задания границ критериев, но именно этот вариант подвержен описанной выше аномалии – возможности изменения порядка объектов при групповых рейтингах. Кроме того, также как и во 2-м способе отсутствует возможность строгого сравнения рейтингов за различные годы.

Правильный выбор границ критериев позволяет во многом решить проблему устойчивости рейтинговой оценки и избавиться от аномалий, но при этом следует не забывать о целях рейтинга как такового и не жертвовать качеством сравнения объектов. Обобщим выше сказанное:

– наиболее качественную сравнительную характеристику объектов при групповых рейтингах обеспечивает 3-ий способ, однако в этом случае изменяется порядок относительно общего рейтинга;

– задание границ константами-эталонами в ряде случаев неприемлемо, кроме того, ухудшает сравнительную оценку объектов;

– 2-й способ может оказаться оптимальным в большинстве практических случаев.

Понятийный аппарат рейтинговой оценки. Строгое обобщенное исследование устойчивости рейтинговой оценки затруднено тем, что большинство влияющих на нее факторов зависят от исходных данных. Поэтому качественное изучение устойчивости возможно только в каждом конкретном случае. Ниже приводится понятийный аппарат рейтинговой оценки, на примере возникновения аномалий при переходе от общих к групповым рейтингам доказываются некоторые утверждения. При доказательствах принимается, что для масштабирования используется функция вида 1, а свертки – функция вида 6. Задание границ критериев осуществляется как минимальное и максимальное значение критерия в группе. Без потери общности аналогичные утверждения можно доказать для случая изменения функции масштабирования и для каждого из известных способов свертки критериев.

При осуществлении нижеследующих выкладок преследовались цели: формальное описание процедуры расчета рейтинга для наиболее распространенного случая масштабирования и свертки, строгое доказательство возможности возникновения аномалий рейтинговой оценки и описание условий их возникновения.

Введем некоторые определения. Рассмотрим множество из N объектов, каждый из которых оценивается с помощью M критериев $X = \{x_{ij}\}$, где x_{ij} – это значение j-го критерия для i-го объекта, $i = \overline{1,N}$, $j = \overline{1,M}$.

Верхняя (нижняя) граница критерия – это максимальное (минимальное) значение критерия для множества рассматриваемых объектов, $X_N^{верх.} = \{x_j^{верх.}\}$, $X_N^{нижн.} = \{x_j^{нижн.}\}$, где $x_j^{верх.} = \max\limits_{i=1}(x_{ij})$, $x_j^{нижн.} = \min\limits_{i=1}(x_{ij})$, $i = \overline{1,N}$, $j = \overline{1,M}$.

База критерия – это разница между верхней и нижней границей критерия $B = \{B_j\}$, где $B_j = x_j^{верх.} - x_j^{нижн.}$, $j = \overline{1,M}$.

Рейтинг объекта – это взвешенная линейная свертка масштабированных значений всех критериев $R_i = \sum\limits_{j=1}^{M} w_j \cdot \dfrac{x_{ij} - x_j^{нижн.}}{B_j}$, где R_i – это рейтинг i-го объекта, $i = \overline{1,N}$, $j = \overline{1,M}$, $\sum\limits_{j=1}^{M} w_j = 1$.

Индекс превосходства одного объекта над другим – это разница в рейтинге этих объектов $I_{ik} = R_i - R_k$, где $i,k = \overline{1,N}$.

Суммарный индекс превосходства объекта – это сумма индекса превосходства одного объекта над всеми остальными объектами рассматриваемого множества $I_i = \sum\limits_{k=1}^{N} I_{ik}$, где $i,k = \overline{1,N}$.

Сформулируем некоторые свойства индекса превосходства, самое важное из которых оформим в лемму:

1) Индекс превосходства объекта над самим собой равен 0. По определению $I_{ii} = R_i - R_i = 0$, $\forall i = \overline{1,N}$.

2) Абсолютное значение индекса превосходства меньше или равно 1. Данное свойство является следствием из определения индекса как разницы двух рейтингов.

3) Положительное значение индекса превосходства свидетельствует о более высоком месте в рейтинге первого объекта, отрицательное – второго. При $I_{ik} > 0$, i-ый находится выше в рейтинге, чем k-ый объект, при $\forall i,k = \overline{1,N}$. При $I_{ik} = 0$ i-ый и k-ый объекты равны в рейтинге.

4) Индекс превосходства одного объекта над другим равен по модулю и противоположен по знаку индексу превосходства второго объекта над первым $I_{ik} = -I_{ki}$, $\forall i,k = \overline{1,N}$.

5) **Лемма 1.** Линейное упорядочение суммарного индекса превосходства и рейтинга объектов дает одинаковый порядок.

Доказательство. По определению:

$$I_i = \sum_{k=1}^{N} I_{ik} = \sum_{k=1}^{N} (R_i - R_k) = \sum_{k=1}^{N} R_i - \sum_{k=1}^{N} R_k$$

$= N \cdot R_i - \sum_{k=1}^{N} R_k$. Очевидно, что вычитаемое в последнем выражении – это константа для каждого из рейтингов, из чего следует, что I_i – это линейное преобразование над R_i, а значит, их линейное упорядочение порождает одинаковый порядок. Лемма доказана.

Следствие. Суммарный индекс превосходства может принимать отрицательные значения, а также может быть равен 0. Таким образом, данный индекс можно практически использовать, например, для определения аутсайдеров рейтинга, для которых суммарный индекс меньше 0, или «середняков» рейтинга – индекс около 0.

Фильтрация – это исключение ряда объектов, обладающих (не обладающих) некоторыми признаками из множества объектов. Рейтинг, рассчитанный после фильтрации, назовем групповым.

Смещенный индекс превосходства одного объекта над другим – это разница в рейтинге этих объектов, если они оба входят в групповой рейтинг, или 0, если хотя бы один их объектов не входит в групповой рейтинг

$$I_{ik}^{смещ.} = \begin{cases} R_i - R_k, \text{если } i-\text{ый и } k-\text{ый объекты входят} \\ \qquad \text{в групповой рейтинг} \\ 0, \text{если } i-\text{ый или } k-\text{ый объекты} \\ \qquad \text{не входят в групповой рейтинг} \end{cases}$$

где $i,k = \overline{1,N}$.

Смещенный индекс превосходства обладает теми же свойствами, что и обычный индекс превосходства, также можно рассчитать и суммарный смещенный индекс превосходства, линейное упорядочение которого дает рейтинг в группе.

Лемма 2. Два объекта, входящие в групповой рейтинг, изменяют в нем свой порядок относительно общего рейтинга тогда и только тогда, когда знаки индекса превосходства и смещенного индекса превосходства противоположны $sign(I_{ik}) = -sign(I_{ik}^{смещ.})$, $i \neq k$.

Доказательство. Рассмотрим случай, когда знаки индекса превосходства и смещенного индекса превосходства совпадают $sign(I_{ik}) = sign(I_{ik}^{смещ.})$. Предположим, что оба индекса положительны, тогда, по свойству 3, и в общем, и в групповом рейтинге i-ый объект опережает k-ый объект. При отрицательных индексах рассуждения аналогичны.

Рассмотрим случай, когда знаки индекса превосходства и смещенного индекса превосходства противоположны $sign(I_{ik}) = -sign(I_{ik}^{смещ.})$. Предположим, что $sign(I_{ik}) = 1$, тогда, по свойству 3, общем i-ый объект опережает k-ый объект, а в групповом наоборот. Лемма доказана.

Замечание. Случай, когда при переходе к групповому рейтингу объекты выравнивают свои позиции $I_{ik}^{смещ.} = 0$, не принимается за изменение порядка.

Лемма 2 показывает, в каких случаях меняется порядок объектов при переходе к групповым рейтингам. Однако в ней не указано, за счет чего возникает подобный эффект.

При фильтрации, возможна ситуация, в которой мы исключаем объекты, значения критериев которых являются верхними или нижними границами некоторых критериев. При этом возникает новое понятие, требующее дополнительного рассмотрения.

Смещенная база критерия – это база критерия, рассчитанная по множеству объектов после фильтрации $B^{смещ.} = \{B_j^{смещ.}\}$, где $j = \overline{1,M}$.

Очевидно, что смещенная база критерия не превосходит базу критерия $B_j^{смещ.} \le B_j$, $\forall j = \overline{1, M}$.

Лемма 3. Объект, уступающий другому объекту в общем рейтинге, может превзойти его в групповом рейтинге, если он превосходит его по критериям, для которых смещенная база меньше базы.

Доказательство. Предположим, что i-ый объект опережает k-ый в общем ранге. По определению $I_{ik} = R_i - R_k =$

$$= \sum_{j=1}^{M} w_j \cdot \frac{x_{ij} - x_j^{нижн}}{B_j} - \sum_{j=1}^{M} w_j \cdot \frac{x_{kj} - x_j^{нижн}}{B_j} = \sum_{j=1}^{M} w_j \cdot \frac{x_{ij} - x_{kj}}{B_j},$$

где $i,k = \overline{1,N}$. По свойству 3 $I_{ik} > 0$. Аналогичное выражение можно записать и для смещенного индекса преимущества

$$I_{ik}^{смещ.} = \sum_{j=1}^{M} w_j \cdot \frac{x_{ij} - x_{kj}}{B_j^{смещ.}}.$$

По лемме 2, k-ый объект может опередить i-ый объект тогда и только тогда, когда $I_{ik}^{смещ.} < 0$. Для того, чтобы выяснить, за счет чего может измениться порядок объектов, рассмотрим разность $\Delta I_{ik} = I_{ik}^{смещ.} - I_{ik} =$

$$= \sum_{j=1}^{M} w_j \cdot \frac{x_{ij} - x_{kj}}{B_j^{смещ.}} - \sum_{j=1}^{M} w_j \cdot \frac{x_{ij} - x_{kj}}{B_j} =$$

$$= \sum_{j=1}^{M} w_j \cdot \frac{(x_{ij} - x_{kj}) \cdot (B_j - B_j^{смещ.})}{B_j^{смещ.} \cdot B_j},$$ которая для преимущества k-го объекта должна быть отрицательной (необходимое условие). Для каждого из слагаемых знаменатель принимает положительные значения, выражение $(B_j - B_j^{смещ.})$ равно 0, если база критерия равна смещенной базе, и положительно в случае ее уменьшения при переходе к групповому рейтингу. Поэтому, единственный случай, в котором слагаемое может быть отрицательным – это $x_{kj} > x_{ij}$ при $B_j^{смещ.} \le B_j$. Если суммарное изменение в слагаемых такое, что $I_{ik}^{смещ.} < 0$, то объекты поменяют свой порядок при переходе к групповому рейтингу. Лемма доказана.

Замечание 1. Строго показать, какие объекты поменяют свой порядок относительно друг друга, возможно в каждом конкретном случае, при известных значениях критериев объектов и их группировке.

Замечание 2. Изменение порядка объектов при переходе к групповым рейтингам наблюдается при всех практически используемых методах масштабирования, кроме масштабирования по эталону, формулы (1)–(3) и (5). Однако методы масштабирования по максимуму и по среднему значению менее чувствительны, т.к. база критериев для этих случаев изменяется слабее. Также подобная аномалия наблюдается при переходе от одной функции масштабирования к другой в рамках одного рейтинга (общего или группового), что также связано с изменением базы критериев при таком переходе.

Замечание 3. Изменение порядка объектов при переходе к групповым рейтингам наблюдается при всех практически используемых методах свертки критериев, формулы (6)–(9). Тем не менее, характер проявления данного эффекта различен. Например, для логарифмических сверток, влияние оказывает изменение не базы критериев, а только нижних границ.

Итак, при рассмотрении эффекта изменения порядка объектов при переходе от общих к групповым рейтингам сделаны следующие выводы:

1) эффект проявляется при изменении базы критериев;

2) эффекту подвержены все практически применимые методы масштабирования критериев за исключением масштабирования по эталону;

3) эффекту подвержены все практически применимые методы свертки критериев;

4) подавление эффекта возможно при ухудшении качества методики.

Методику рейтинговой оценки можно представить в виде 2-х частей: набор частных критериев, объединенных в микро-индексы, и математический аппарат для расчета результирующего критерия. Качество методики в целом зависит от проработанности каждой из составляющих. Выбранные частные критерии должны максимально полно охватывать все направления деятельности объектов рейтинга, а их количество обязано быть достаточным для полноты методики. С другой стороны, следует уделять внимание и математической составляющей, которая должна обладать свойством простоты и учитывать специфику критериев конкретного рейтинга. Также важно исключить проявление различных аномалий при расчете групповых рейтингов, поскольку такие нежелательные эффекты могут дезориентировать пользователей и подорвать доверие к методике.

Литература

1) Рейтинг надежности российских банков // Профиль. 1997. №7. № 21.

2) Ковалев М.М., Шибеко И.Т. Методики расчета банковских рейтингов // Банковский вестник. 1999. №8. С.30–39.

3) Шибеко И. Т. Международные методики расчета банковских рейтингов // Вестник Ассоциации белорусских банков. 1999. №4. С.3–15.

4) Ковалев М.М. Рейтинги белорусских банков // Белорусский банковский бюллетень. 2002. №6. С.26–29.

5) Ахрамейко А., Железко Б., Ксеневич Д. Построение рейтинга банков с использованием методики расчета многоуровневого агрегированного показателя состояния банка // Экономический вестник. 2002. Вып. 2. №3. С.418–430.

6) http://www.euromoneyplc.com/.

7) http://www.undp.org/.

8) Горбач А.В., Ковалев М.М. Как определяются международные рейтинги государств // Вестник ассоциации белорусских банков. 2000. № 33.

9) Гедранович А.Б. Рейтинг вузов: анализ зарубежных методик его определения // Экономика. Управление. Право. 2002. №4. С.19–23.

10) Гедранович А.Б. Проблемы разработки и внедрения интерактивных рейтингов белорусских вузов // Экономика. Управление. Право. 2003. №3(7). С.33–37.

11) Козулин А.В., Ковалев М.М. Модели рейтинга университетов // Белорусский банковский бюллетень. 2001. №23. С.18–33.

12) http://www.kariera.orc.ru/.

13) http://www.usnews.com/.

14) http://www.macleans.ca/.

15) http://www.netbig.com/.

16) Ковалев М.М., Козулин А.В. Теория рейтингов (сравнительный анализ конкурентоспособности). Мн.: БГУ, 2000.

17) Гедранович А.Б. Составление рейтинга вузов по генеральной и выборочной совокупностям // Материалы XI-й международной научно-практической конференции «Управление в социальных и экономических системах». Мн.: Изд-во МИУ, 2004. С.262–263.