

# Концептуальное и математическое моделирование оптимального управления обучением на экспортном сетевом курсе

## *Conceptual and mathematical modeling of optimal study management in export network course*

Жукович Сергей Яковлевич<sup>1</sup>

*Zhukovich Siarhey*

1. *Ассистент кафедры информационных технологий Белорусского государственного экономического университета*  
*assistant lecturer of the Department of information technologies of Belarusian state economic university*  
*e-mail: s.zhuk@tut.by*

### Аннотация

В статье разработана концептуальная модель жизненного цикла экспортного сетевого курса с помощью методологии функционального моделирования IDEFO программного пакета BPWin. Предложена математическая модель обучения на основе теории управления, которая позволяет прогнозировать уровень текущих знаний как отдельного обучаемого, так и группы или потока студентов. Разработан математический метод оптимального управления обучением на экспортном сетевом курсе.

**Ключевые слова:** экспортный сетевой курс, методология функционального моделирования IDEFO, математическая модель обучения, оптимальное управление, рынок e-learning

### Abstract

A conceptual model of the life cycle of the export network course is developed in the present article with the help of the methodology for functional modeling IDEFO within the software package BPWin. A mathematical model of education based on the theory of management that will predict the level of current knowledge as an individual learner or group or stream of students is offered. A mathematical method of optimal control of learning in the export network course is discovered.

**Keywords:** export network course, methodology for functional modeling IDEFO, mathematical model of learning, optimal management, e-learning market.

Поступила в редакцию / Received: 18.08.2015

Web: <http://elibrary.miu.by/journals/item.iot/issue.43/article.9.html>

### Введение

В последние десятилетия в сфере образования стали популярны дистанционные курсы, предлагаемые ведущими университетами в качестве новой ступени развития электронных услуг в области образования, в том числе в рамках развития Болонского процесса. Исследование электронного обучения (e-learning) A Global Strategic Business Report говорит о том, что на глобальном рынке e-learning лидируют Европа и США (70 % от общей прибыли). Также отмечается, что быстрыми темпами рынок e-learning развивается в Азиатско-Тихоокеанском регионе (прибыль от дистанционного обучения ежегодно возрастает на 20 %). Таким образом, делается вывод, что к 2015 году данный рынок достигнет объема в 107,3 млрд долларов США [1].

14 мая 2015 года Республика Беларусь присоединилась к Болонскому процессу и вступила в Европейское пространство высшего образования (ЕПВО). Об этом было объявлено в Ереване на Конференции министров образования стран ЕПВО и на форуме по Болонской политике [2]. Таким образом, перед Беларусью открылись широкие перспективы по вхождению на рынок e-learning, которые могут быть обеспечены благодаря мощной системе традиционного образования.

Возникает вопрос: каким образом наша страна может повысить свою конкурентоспособность на новом для нее рынке e-learning? Ответом может стать создание экспортного сетевого курса (ЭСК), основанного на инновационной методике с использованием экономико-математического моделирования процесса обучения с обратной связью и личностно ориентированного подхода.

Многие исследователи строили математические модели, которые описывали изменение информационной

характеристики обучения с течением времени [3, 4]. Однако главный недостаток этих моделей в том, что в них нет в явном виде функции управления. Для того чтобы рассчитать оптимальное управление процессом накопления знаний студентов, необходима математическая модель обучения в виде дифференциального уравнения, в котором функция управления присутствует в явном виде, что и ляжет в основу нового типа сетевых курсов.

Для решения задачи повышения конкурентоспособности белорусской системы образования на рынке e-learning в текущей статье были исследованы следующие вопросы:

1. Построение концептуальной модели, описывающей бизнес-процессы, лежащие в основе жизненного цикла ЭСК, с учетом построенных моделей оптимального управления и выработанных рекомендаций.
2. Математическое моделирование процесса накопления знаний студентов на основе теории управления.
3. Разработка математического метода оптимального управления обучением на ЭСК.

## 1. Концептуальная модель жизненного цикла ЭСК

Под сетевым курсом в рамках электронного обучения будем понимать комплекс информационного, технического, программного и учебно-методического обеспечения в рамках одной дисциплины, доступный при определенных условиях потребителю образовательных услуг и обеспечивающий обучение с различной степенью погружения в сеть [5].

ЭСК можно рассматривать как вид сетевого курса, ориентированного на экспорт, являющегося обособленным инвестиционным проектом (ИП) учреждения высшего образования (УВО). Как ИП ЭСК имеет характеризующиеся различными затратами, длительностью и эффектом для УВО этапы жизненного цикла, такие как разработка, подготовка к внедрению, внедрение и эксплуатация, вывод из эксплуатации. Затраты на разработку ЭСК как ИП являются одним из показателей эффективности данного вида сетевого курса перед традиционными видами обучения в УВО. С целью минимизации затрат как основного принципа разработки инвестиционного проекта целесообразно использовать внутренние резервы УВО. Таким образом, рассмотрим создание ЭСК на базе существующего в УВО программно-аппаратного комплекса (корпоративной сети, технического и программного обеспечения), учитывая в структуре затрат лишь амортизацию на его использование,

для чего построим концептуальную модель ЭСК с помощью методологии функционального моделирования IDEF0 программного пакета BPWin.

Правовую основу ЭСК УВО составляют нормативные и законодательные акты в области образования, а также постановления УВО (НА обр., НА УВО), документы, регламентирующие систему менеджмента качества УВО (СМК). Разработка и адаптация происходит на материально-технической базе УВО (МТБ), программном обеспечении (ПО) и с использованием трудовых затрат персонала УВО. Из предложенных материалов на основе разработанной модели и метода, описанного в разделе 3 настоящей статьи, формируется адаптированный для студентов УВО ЭСК. На примере УО «БГЭУ» описанное выше отражено на контекстной диаграмме (КД) (рисунок 1).

Процесс разработки и адаптации ЭСК изображен на рисунке 2 и отражает общее формирование учебно-методического комплекса (УМК) на основе материалов, методов и моделей, а на основе УМК – формирование ЭСК и его конечной адаптированной для студентов версии.

Каждый из этапов имеет свои особенности, подэтапы, входящую информацию, материалы, программные компоненты. Для более детализированного описания жизненного цикла ЭСК были разработаны концептуальные модели каждого из этапов:

- разработки (рисунок 3);
- подготовки к внедрению (рисунок 4);
- внедрения в эксплуатацию (рисунок 5);
- утилизации (рисунок 6).

Эксплуатация ЭСК представляет собой использование ЭСК в практической деятельности УВО на основе применения непосредственного управления обучением с обратной связью, изучения и контроля коэффициентов усвоения и забывания, кластеризации студентов и выработанной системы рекомендаций на основе применения разработанных методов и моделей.

При моральном устаревании курса нужно осуществить этап утилизации ЭСК (рисунок 6).

Таким образом, был рассмотрен жизненный цикл ЭСК, в основу которого ложится модель обучения на базе использования функции оптимального управления с обратной связью, что делает ЭСК отличающимся от курсов такого типа. Математическая модель, рассмотренная в п. 2, а также математический метод (п. 3) делают возможным использование индивидуального и группового подхода к обучению студентов, что может привлечь новые аудитории абитуриентов к дисциплинам, изучаемым в рамках подобных курсов.

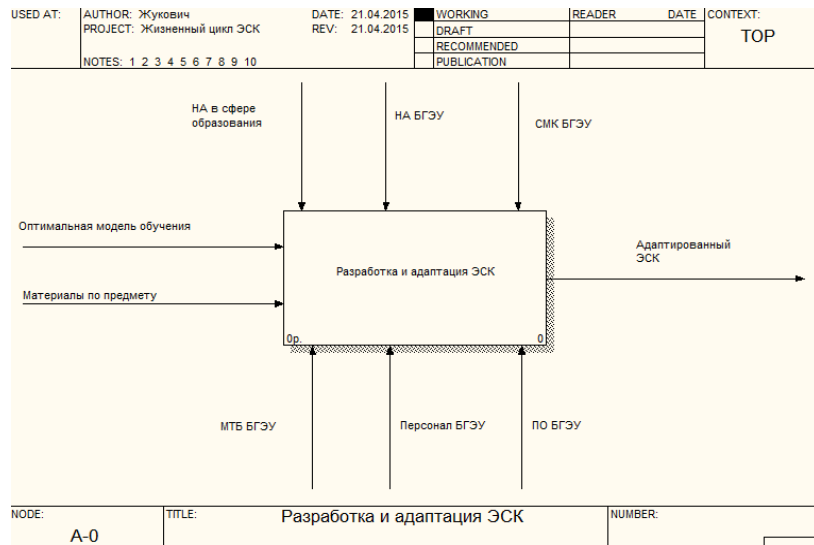


Рисунок 1 – КД процесса разработки и адаптации ЭСК

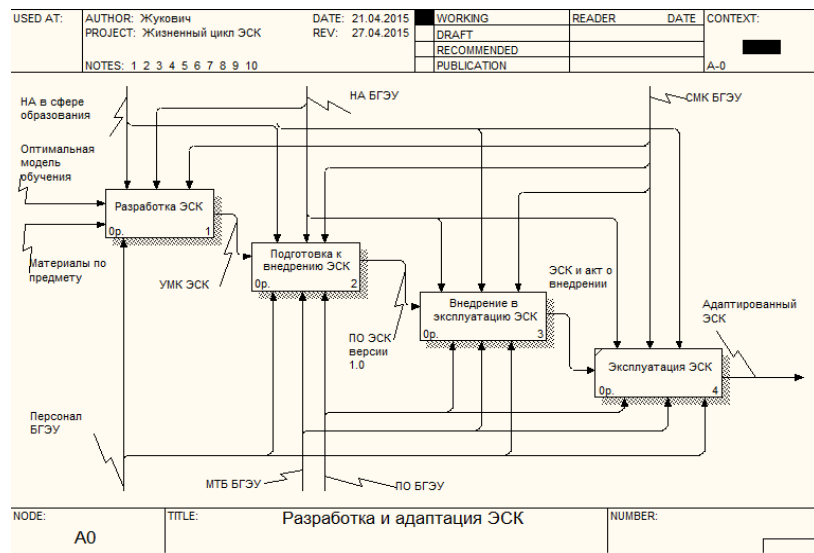


Рисунок 2 – КД разработки и адаптации ЭСК

**2. Математическая модель обучения и оптимальное управление с обратной связью обучением на ЭСК**

Математическая модель обучения на ЭСК представлена в [6] в виде неоднородного линейного дифференциального уравнения

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + \sum_{i=0}^5 K_i u_i(t) \cos(au_i(t)), \quad (1)$$

где  $Z(t)$  – объем академических часов в момент времени  $t$ ;  $k$  – коэффициент забывания;  $u_0$  – программное управление, задаваемое в виде заранее запланированной нагрузки, осуществляемой преподавателем онлайн

(в академических часах);  $u_2$  – программное управление в виде нагрузки для самостоятельного обучения;  $u_4$  – программное управление на сетевом курсе в виде просмотра обучаемым видеолекций, апробированных во время традиционного процесса обучения;  $k_0$  – коэффициент усвоения новых знаний при обучении с помощью преподавателя онлайн;  $k_2$  – коэффициент усвоения для управления  $u_2$ ;  $k_4$  – коэффициент усвоения для управления  $u_4$ ;  $u_1$  – управление процессом повторения посредством контрольных и самостоятельных работ после обучения преподавателем онлайн ( $u_1$  является управлением с обратной связью);  $k_1$  – коэффициент усвоения для управления  $u_1$ ;  $u_3$  – управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым

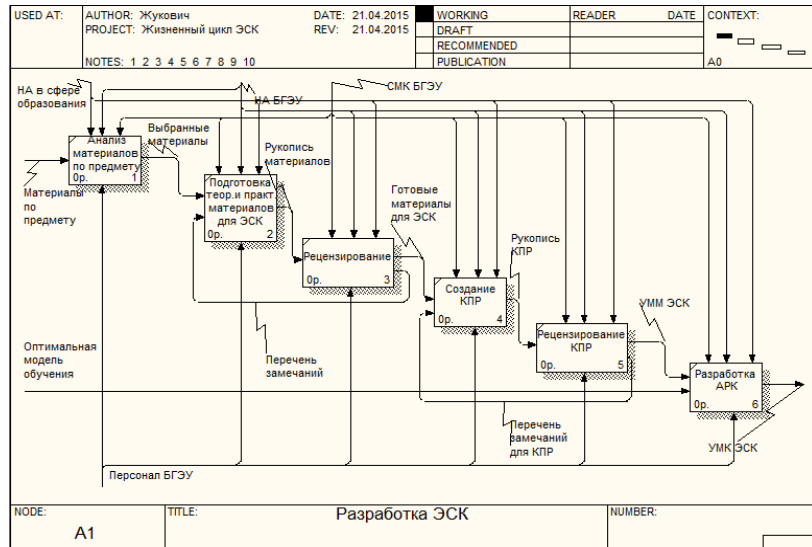


Рисунок 3 – КД разработки ЭСК

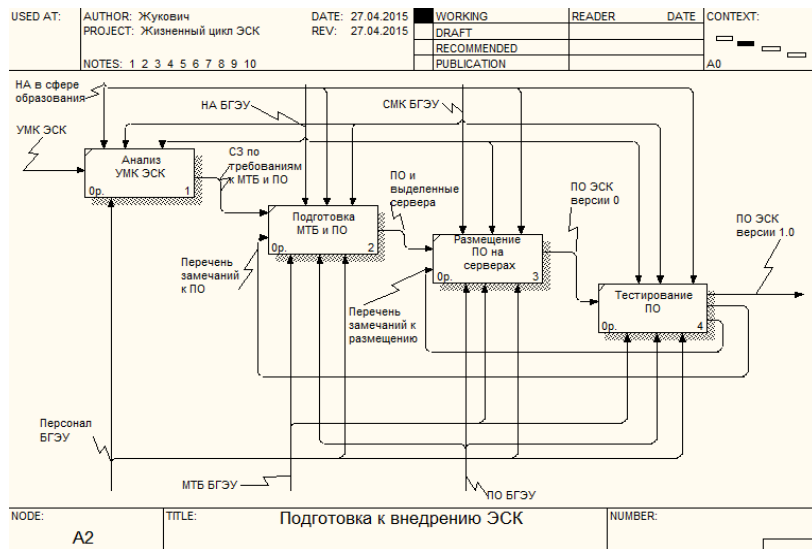


Рисунок 4 – КД подготовки к внедрению ЭСК

мым самостоятельно;  $k_3$  – коэффициент усвоения для управления  $u_3$ ;  $u_5$  – управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым в форме видеолекций;  $k_5$  – коэффициент усвоения для управления  $u_5$ ;

$$a = \frac{\pi}{2Z_{\max}}$$

$Z_{\max}$  – максимальный объем знаний по данному предмету (объем дистанционного курса в академических часах)

$$Z_{\max} = \sum_{i=1}^N X_i,$$

где  $N$  – число запланированных занятий,  $X_i$  – объем знаний, который дается на  $i$ -м занятии (или при самостоятельном обучении).

Все коэффициенты изменяются в пределах от нуля до единицы ( $0 \leq k, k_i \leq 1, i = 0, 1, 2, 3$ ).

Функция  $\cos(a u_i(t))$  в формуле (1) выполняет роль фильтра, не допускающего усвоения слишком большого однократного объема нагрузок ( $0 \leq \cos(a u_i(t)) \leq 1$ ).

Для устойчивого обучения необходимо обеспечить переход знаний у обучаемых из кратковременной памяти в долговременную. Это обеспечивается путем применения управления с обратной связью с постепенным уменьшением коэффициента забывания  $k$  по некоторому закону. В [3] предложена следующая зависимость:

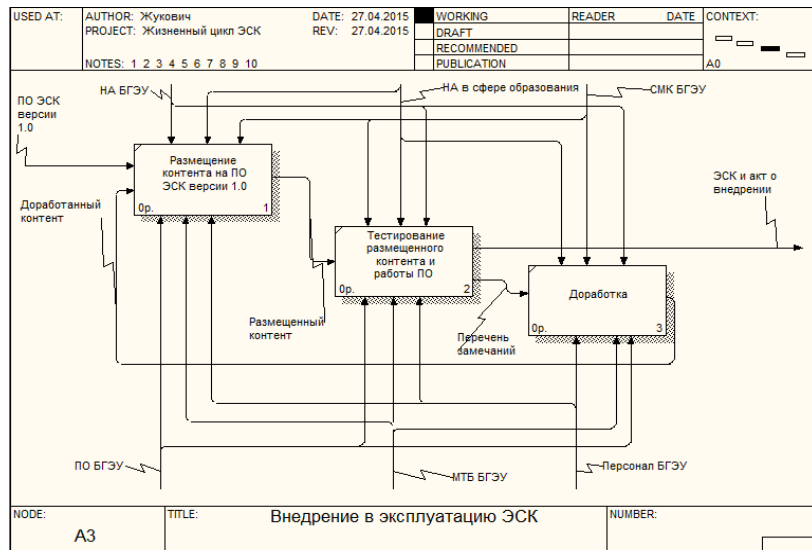


Рисунок 5 – КД внедрения в эксплуатацию ЭСК

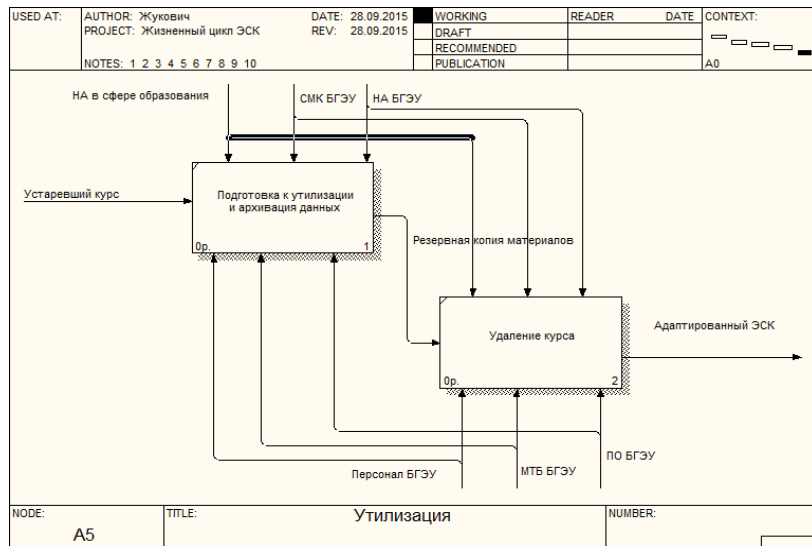


Рисунок 6 – Утилизация ЭСК

$$k_{(n)} = ke^{-n}, \quad (2)$$

где  $k_{(n)}$  – коэффициент забывания для определенного объема материала, повторенного  $n$  раз.

Решение уравнения (1) представляется в виде

$$Z = Z_0 e^{-\int_0^T k dt} + e^{-\int_0^T k dt} \int_0^T \sum_{i=0}^5 k_i u_i(t) \cos(au_i(t)) e^{\int_0^t k dt} dt, \quad (3)$$

где  $T$  – конечный момент времени.

Задача оптимального управления с обратной связью при самообучении на ЭСК решена в [6]. Оптимальное управление с обратной связью получено в виде

$$u_3^*(t_j) = \begin{cases} 0, & Z(t_{j-1}) > Z^0(t_{j-1}) \\ Y_i(t_i), & Z(t_{j-1}) \leq Z^0(t_{j-1}) \end{cases}, \quad j = 1, 2, \dots, T \quad (4)$$

где  $Y_i$  – объем знаний, повторяемый в момент времени  $t_j$ . Общий объем повторенного материала –

$$Y = \sum_{i=1}^M Y_i, \quad Y \in X,$$

где  $M$  – число контрольных и самостоятельных работ на повторение пройденного материала;  $Z^0(t)$  – опорная траектория, представляющая собой прямую, соединяющую начальную и конечную точки

$$Z^0(t) = \frac{Z(T)}{T}t, \quad t \in [0, T]. \quad (5)$$

### 3. Математический метод оптимального управления обучением на ЭСК

Математический метод оптимального управления обучением на ЭСК включает следующие этапы.

1. Обучаемые проходят специальное тестирование.
2. По результатам тестирования определяется объем начальных (текущих) знаний для каждого обучаемого по данному предмету.
3. Вычисляются индивидуальные параметры каждого студента: коэффициенты усвоения  $k_2$ ,  $k_3$  и коэффициент забывания  $k$ .
4. Рассчитывается оптимальное управление с обратной связью по формуле (4).
5. Строится оптимальная траектория для отдельного обучаемого или группы учащихся, имеющих сходные коэффициенты усвоения и забывания, по формуле (3).

В качестве примера приведем данные педагогических экспериментов, реализованных в Белорусском государственном экономическом университете. В эксперименте участвовали студенты двух факультетов 2–4-го курсов, изучающие предметы «Эконометрика и экономико-математические методы и модели», «Компьютерные информационные технологии» и «Геоинформационные системы». С помощью специальных тестов были измерены коэффициенты усвоения при обучении с помощью преподавателя  $k_0$  и при самостоятельном обучении  $k_2$ , коэффициенты забывания  $k$  для каждого обучаемого. Коэффициент усвоения при обучении с помощью преподавателя  $k_0$  для студентов граждан РБ оказался в диапазоне (0,35–0,90), а для иностранных студентов (в основном граждан Туркменистана) – в диапазоне (0,15–0,60). Измерение данного коэффициента проводилось с использованием письменных ответов студентов после обучения с помощью преподавателя. Коэффициент усвоения при самостоятельном обучении для студентов граждан РБ оказался в диапазоне (0,40–0,90), а для иностранных студентов – (0,20–0,70). Измерение данного коэффициента проводилось с помощью тестовых заданий для студентов после самостоятельного изучения материала по предмету. Коэффициент забывания для всех студентов оказался в диапазоне (0,01–0,10).

Рассмотрим теперь, какими будут оптимальное управление с обратной связью и оптимальная траектория обучения на ЭСК с разными коэффициентами усвоения и забывания при самостоятельном обучении студентов (начальный объем знаний примем равным 2 часам).

Разобьем обучаемых студентов на 5 групп. Первую группу составляют студенты, у которых коэффициент усвоения при самостоятельном обучении  $k_2 = 0,80$ , а коэффициент забывания  $k = 0,05$ . Вторую группу составляют студенты, у которых коэффициент усвоения при самостоятельном обучении  $k_2 = 0,30$ , а коэффициент забывания  $k = 0,08$ . Остальные три группы составляют студенты, у которых коэффициенты усвоения при самостоятельном обучении и коэффициенты забывания имеют промежуточные и крайние значения по отношению к первым двум группам.

1. Пусть программное управление задано равномерно и студент изучает материал один раз в неделю 2 часа по заданному предмету в течение 17 недель (общий объем изучаемого материала – 34 часа). Построим траекторию обучения при оптимальном управлении с обратной связью, рассчитанную по формулам (3)–(5). В качестве опорной траектории возьмем прямую (5), проведенную от начала координат до точки  $(Z(T), T)$ , где  $T$  – 119-й день на 17-й неделе обучения,  $Z(T)$  составляет 40 % от общей нагрузки по предмету при программном управлении (рисунок 7).

Объем знаний, часы

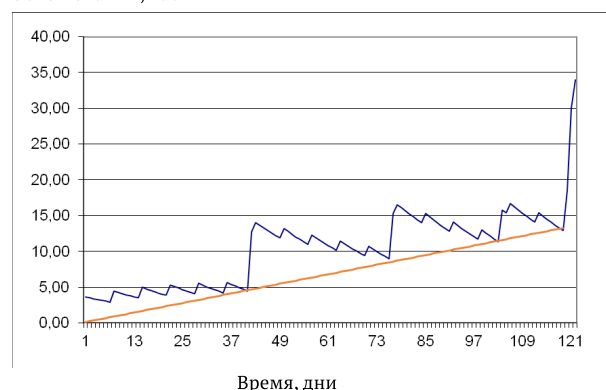


Рисунок 7 – Траектория обучения для оптимального управления с обратной связью при коэффициенте усвоения  $k_2 = 0,80$  и коэффициенте забывания  $k = 0,05$  (прямая снизу – опорная траектория)

Как видно из графика на рисунке 7, оптимальное управление с обратной связью включает в себя три коллоквиума (контрольные работы) на повторение пройденного материала: на 7-й неделе – 12 часов, на 12-й неделе – 10 часов, на 15-й неделе – 8 часов. Весь учебный материал повторяется за 3–4 дня перед экзаменом (зачетом). Таким образом, студент, обучающийся на ЭСК, приходит на экзамен (зачет) полностью подготовленным. Оптимальный метод обучения в данной группе соответствует традиционной форме обучения.

2. Рассмотрим теперь, какова будет оптимальная траектория обучения студентов с низким коэффициентом усвоения при самообучении  $k_2 = 0,30$  и высоким коэффициентом забывания  $k = 0,08$ . В этом случае при равномерном программном управлении в 2 часа один раз в неделю к концу срока обучаемый ничему не научится, так как при таких коэффициентах средняя скорость усвоения за семестр равна средней скорости забывания.

При таких коэффициентах оптимальное управление с обратной связью будет более сложным. Построим траекторию обучения при оптимальном управлении с обратной связью, рассчитанную по формулам (3)–(5). В качестве опорной траектории возьмем прямую, проведенную от начала координат до точки  $Z(T), T$ , где  $T$  – 119-й день на 17-й неделе обучения,  $Z(T)$  составляет 40 % от общей нагрузки по предмету при программном управлении (рисунок 8).

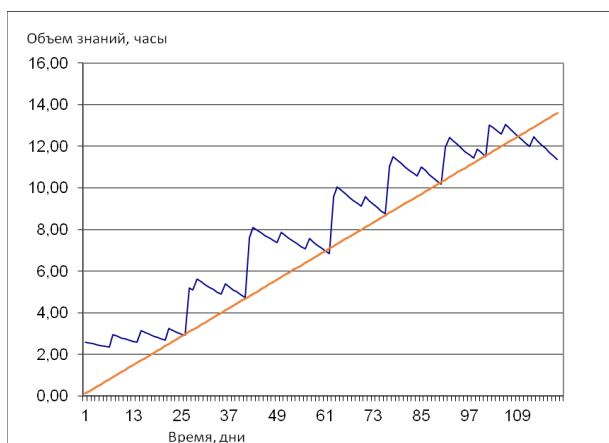


Рисунок 8 – Траектория обучения для оптимального управления с обратной связью при коэффициенте усвоения  $k_2 = 0,30$  и коэффициенте забывания  $k = 0,08$  (прямая снизу – опорная траектория)

В данном случае обучаемый должен повторить весь материал дважды, чтобы к концу семестра иметь знания, достаточные для успешной сдачи экзамена (зачета).

3. Группа студентов, у которых коэффициенты усвоения при самообучении выше, а коэффициенты забывания – ниже, чем в первой группе. В этом случае оптимальное управление с обратной связью будет представлять повторение наиболее сложных для изучения тем.
4. Группа студентов, у которых коэффициенты усвоения при самообучении ниже, а коэффициенты забывания – выше, чем во второй группе. В данном

случае обучаемый должен повторить весь материал трижды или даже более раз, чтобы к концу семестра иметь знания, достаточные для успешной сдачи экзамена (зачета).

5. Группа студентов, у которых коэффициенты усвоения при самообучении и коэффициенты забывания находятся между значениями первой и второй групп. В этом случае оптимальным будет управление с обратной связью, когда весь материал повторяется в режиме группы 1, и двукратное повторение тем, наиболее сложных для изучения.

## Заключение

При расчете экономических показателей от внедрения и эксплуатации ЭСК на один учебный год использовались данные финансовой деятельности УО «БГЭУ» за 2013–2014 учебный год. Этапы разработки, подготовки к внедрению и внедрение в эксплуатацию выполняли сотрудники БГЭУ в количестве одного профессора, одного доцента и одного ассистента с привлечением 1–2 сотрудников Центра развития информационных технологий на этапах подготовки к внедрению и внедрения в эксплуатацию.

При предположении, что получать образовательную услугу посредством ЭСК за данный период будут 100 граждан РБ и 10 иностранных граждан, затраты на разработку, внедрение и эксплуатацию ЭСК составят 22 255 765 белорусских рублей, выручка от ЭСК составит 41 млн белорусских рублей, валовая прибыль с учетом налога на прибыль – 8 646 273 белорусских рублей, а рентабельность – 39 %. Период окупаемости издержек – 10 месяцев.

Таким образом, за счет внедрения подобного ЭСК можно добиться увеличения конкурентоспособности УВО Республики Беларусь на рынке e-learning.

## Литература / References

- К 2015 году объем рынка e-learning достигнет 107,3 млрд долларов [Электронный ресурс] // Портал «Smart Education». – Режим доступа: <http://www.smart-edu.com/k-2015-godu-ob-em-rynka-e-learning-dostignet-1073-billion-dollarov.html>. – Дата доступа: 30.06.2015.  
К 2015 godu ob'yem rynka e-learning dostignet 107.3 mlrd dollarov [Electronic resource] // Portal «Smatr Education». – Mode of access: <http://www.smart-edu.com/k-2015-godu-ob-em-rynka-e-learning-dostignet-1073-billion-dollarov.html>. – Date of access: 30.06.2015.
- Беларусь присоединилась к Болонскому процессу [Электронный ресурс] // Белорусская информационная компания БелаПАН. – Режим доступа: <http://belapan.com/archive/2015/05/14/776941/>. – Дата доступа: 30.06.2015.

Belarus' prisoyedinilas' k Bolonskomu protsessu [Electronic resource]  
// Belorusskaya informatsonnaya kompaniya BelaPAN. – Mode of  
access: <http://belapan.com/archive/2015/05/14/776941/>. – Date of  
access: 30.06.2015.

3. Майер, Р.В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения / Р.В. Майер. – Глазов: ГГПИ, 2013. – 138 с.  
Mayer, R.V. Kiberneticheskaya pedagogika: Imitatsionnoye modelirovaniye protsessa obucheniya / R.V. Mayer. – Glazov, GGPI, 2013. – 138 p.
4. Новиков, Д.А. Закономерности итеративного научения / Д.А. Новиков. – М.: Институт проблем управления РАН, 1998. – 77 с.  
Novikov, D.A. Zakonomernosti iterativnogo naucheniya / D.A. Novikov. – M.: Institut problem upravleniya RAN, 1998. – 77 p.
5. Морозевич, А.Н. Вариативное решение сетевого курса / А.Н. Морозевич [и др.] // Информатизация образования. – 2003. – № 4. – С. 75–81.  
Morozevich, A.N. Variativnoye resheniye setevogo kursa / A.N. Morozevich [i dr.] // Informatizatsiya obrazovaniya. – 2003. – No. 4. – P. 75–81.
6. Жукович, С.Я. Оптимальное управление бизнес-процессом экспорта образовательных услуг в УВО Республики Беларусь / С.Я. Жукович // Инновационные образовательные технологии. – 2015. – № 2. – С. 52–58.  
Zhukovich, S.Ya. Optimal'noye upravleniye biznes-protssom eksporta obrazovatel'nykh uslug v UVO Respubliki Belarus' / S.Ya. Zhukovich // Innovatsionnyye obrazovatel'nyye tekhnologii. – 2015. – No. 2. – P. 52–58.