

МЕТОДОЛОГИЯ ОЦЕНКИ И АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

О.Н. Карнова

Основой любой экономической системы является производство, которое использует взаимодействующие ресурсы для выпуска продукции. Способ, посредством которого использование ресурсов создает выпуск, а также способ взаимодействия потребленных ресурсов называется технологическим способом производства. В этом смысле снижение удельных затрат ресурсов при постоянном объеме выпуска можно рассматривать как повышение технологической эффективности. Для оценки технологической эффективности во многих экономико-математических работах используется аппарат производственных функций, позволяющий устанавливать закономерную количественную связь между входами – ресурсами – и выходами – выпуском. Наиболее известна спецификация производственной функции Кобба-Дугласа: $Y = AL^{\alpha_L} K^{\alpha_K}$. Она базируется на двух основных факторах производства: L – труде – и K – капитале. Функция Кобба-Дугласа в основном используется для измерения вклада каждого ресурса в объем выпуска, а также для прогноза относительного изменения объема производства вследствие динамики факторов производства.

Автором предлагается методология измерения технологической эффективности на основе разработки граничных производственных функций (ГПФ), предназначенных для описания передовых технологических способов производства продукции на различных предприятиях отрасли. Задача данного исследования – поиск наиболее эффективных способов производства картофеля, исходя из данных по затратам и выпуску, представленных двадцатью двумя районами Минской области.

Для наиболее наглядного представления предлагаемой автором методологии отобразено два производственных фактора: расход минеральных удобрений (X_1) и элитных семян картофеля (X_2), т.е. факторы, относящиеся к материальным затратам. Ресурсы выражены в натуральных единицах, поскольку для

отображения технологической эффективности важно определить, насколько возможно снизить затраты ресурсов на единицу выпуска в натуральном выражении, т.е. без учета влияния ценового фактора. Результатом производственной деятельности выступает валовой сбор картофеля – Y .

В общем виде производственные функции (ПФ) имеют следующую форму представления: $Y = f_i(X)$, где: Y – выпуск как функция от X – затрат ресурсов. Каждой комбинации используемых ресурсов соответствует район, представленный совокупностью сельскохозяйственных предприятий с наилучшей комбинацией потребленных факторов производства, обеспечивающих наибольший валовой сбор картофеля. Значение граничной ПФ для данной комбинации ресурсов равно сбору картофеля в «лучшем» районе: $f_{ip}(x) = \max f_i(x)$.

В пространстве двух ресурсов производственная функция может быть представлена в виде семейства изоквант (рис.1). По определению изокванта – это геометрическое место точек в системе координат, вдоль которой выпуск постоянный. Изокванта, выпуклая к началу координат, имеет отрицательный наклон. При этом большей удаленности изокванты от начала координат соответствует больший уровень выпускаемой продукции.

В рассматриваемом случае для построения изоквант привлечены показатели удельных

расходов ресурсов: $\frac{X_1}{Y} = x_1$ – минеральных

удобрений (кг/т) и $\frac{X_2}{Y} = x_2$ – семян картофе-

ля (кг/т). На рис. 1 изокванты представляют собой варианты функций одного удельного ресурса от другого: $x_2 = f_i(x_1)$. Из определения следует, что изокванта – степенная функция, имеющая вид: $x_2 = \beta \cdot x_1^\gamma$. При этом производственная функция Кобба-Дугласа может быть записана следующим образом:

$$Y = a_0 X_1^{a_1} X_2^{a_2}, \quad (1)$$

где: $a_0, a_1, a_2 > 0$ – параметры уравнения; a_0 – коэффициент масштаба, характеризующий влияние неучтенных в модели факторов; a_1 и a_2 – коэффициенты, характеризующие эластичность выпуска по каждому фактору производства, со всеми присущими ей ограничениями (постоянный уровень отдачи от масштаба ($a_1 + a_2 = 1$) и постоянная эластичность замещения ресурсов). Тогда аналитический вид изокванты может быть представлен как:

$$x_2^{a_2} = x_1^{-a_1} / a_0 \quad (2)$$

или

$$x_2 = \beta \cdot x_1^\gamma,$$

где: $a_1 / a_2 = \gamma$ и $a_0^{-1/a_2} = \beta$.

Отличительная особенность построения изоквант с привлечением удельных расходов ресурсов выражается в том, что выпуск вдоль таких изоквант не только постоянный, но и равновеликий для всех изоквант (одна тонна валового сбора картофеля). В этом случае ближайшая к началу координат изокванта будет выступать *теоретической границей эффективности* (SS') и, следовательно, описывать наилучшие технологические способы производства (рис. 1).

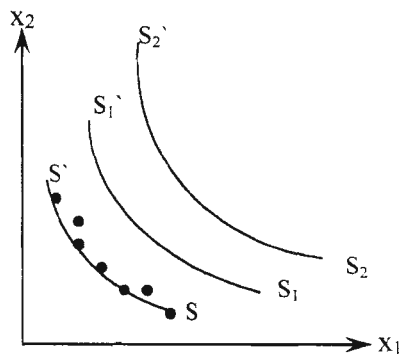


Рис. 1. Изокванты производственной функции

Оценка параметров теоретической границы эффективности выполнена на основе решения следующей задачи математического программирования (МП):

$$\begin{cases} \sum_i |\beta \cdot x_{1i}^\gamma - x_{2i}| \rightarrow \min_{\beta, \gamma} \\ \beta \cdot x_{1i}^\gamma \leq x_{2i}, i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (3)$$

В сформулированном условии содержится существенный весомый недостаток. Наилучшие значения параметров границы эффективности будут подвержены влиянию всех наблюдений, в том числе заведомо технологически неэффективных комбинаций. Указанный недостаток можно преодолеть с помощью построения эмпирической границы

эффективности (ЭГЭ). Алгоритм поиска точек, принадлежащих ЭГЭ, заключается в последовательном нахождении точек, на которых достигается минимум по каждой координате. На рис. 2 точка 1 имеет минимальное значение по координате x_1 , точка 4 – по координате x_2 . Следовательно, эти точки принадлежат ЭГЭ. Любая точка из оставшихся, которая доминирует по обеим координатам либо над наблюдением 1, либо 4 эмпирической границе эффективности не принадлежит и отбрасывается (на рис. 2 это точки, принадлежащие множеству, заштрихованному косыми линиями). Для оставшихся точек описанная процедура повторяется – точки 2 и 3 достигают минимума по координатам соответственно x_1 и x_2 и включаются в эмпирическую границу.

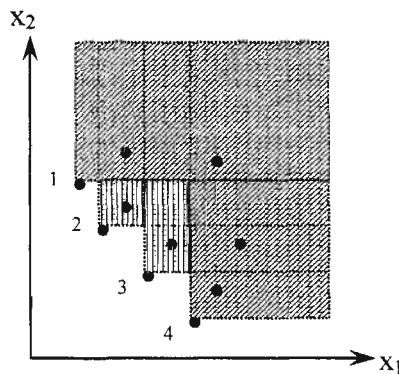


Рис. 2. Эмпирическая граница эффективности

Параметризация границы эффективности может осуществляться на основании решения задачи (3) исключительно для объектов, относящихся к эмпирической границе эффективности. Оценка параметров γ, β выполняется по критерию минимизации суммарного отклонения теоретических и фактических удельных расходов второго фактора для приближения теоретической изокванты к эмпирической границе эффективности.

Неравенство $\beta \cdot x_{1i}^\gamma \leq x_{2i}, i = 1, \dots, N$ задачи МП (3) обеспечивает условие доминирования всех других наблюдений над технологическими способами производства, описываемыми этой функцией, т.е. ниже линии изокванты в пространстве не должно быть наблюдений. На основании найденного аналитического выражения теоретической границы эффективности несложно записать граничную ПФ вида: $Y = a_0 X_1^{a_1} X_2^{a_2}$.

Представленная задача МП (3) является задачей на условный экстремум при ограничениях – неравенствах. С помощью принципа

Лагранжа и сформулированных для ее решения необходимых условий экстремума Куна-Таккера [2, с. 100] можно получить искомый аналитический вид линии изокванты (2). Найденное аналитическое выражение теоретической границы эффективности позволяет также представить граничную ПФ (1).

На основе данных об удельных расходах минеральных удобрений и семян картофеля, представленных двадцатью двумя районами Минской области, определение теоретической границы эффективности приобретает следующее аналитическое выражение:

$$x_2 = 109244,6053 \cdot x_1^{-2,2642} \quad (4)$$

При этом уравнением (2) определена граничная производственная функция вида:

$$Y = 0,0286 \cdot x_1^{0,6936} \cdot x_2^{0,3064} \quad (5)$$

Решение задачи измерения технологической эффективности производства сводится к определению длины векторных расстояний до точек отображения технологических способов производства, лежащих выше линии изокванты (SS') – например, ОР (рис.3). Далее определены координаты точки пересечения вектора ОР с найденной граничной функцией производства SS' – точки С. Для этого в дополнение к уравнению изокванты потребовалось разработать уравнение вектора ОР и определить его длину, а также длину векторного расстояния ОС. В общем виде

уравнение вектора, идущего с начала координат, запишется: $y = x \cdot \frac{y_1}{x_1}$, где $(x_1; y_1)$ – координаты любой точки, лежащей выше линии изокванты.

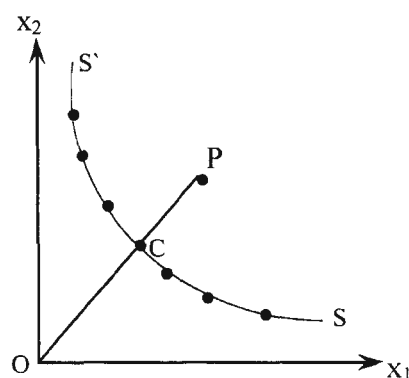


Рис. 3

Отношение длины вектора ОС к вектору ОР является искомой оценкой технологической эффективности района Р.

С экономической точки зрения, точка С представляет собой технологически эффективный район, использующий два фактора в таком же соотношении, как и район Р. Однако С может производить такое же количество продукции как и Р, используя только долю каждого фактора, равную OC/OR .

В таблице 1 приведены результаты расчетов технологической эффективности производства картофеля по двадцати двум районам Минской области.

Таблица 1

Оценки технологической эффективности производства картофеля по районам Минской области

| № | Районы Минской области | Технологическая эффективность, % | № п/п | Районы Минской области | Технологическая эффективность, % |
|----|------------------------|----------------------------------|-------|------------------------|----------------------------------|
| 1 | Пуховичский | 100,0 | 12 | Дзержинский | 79,4 |
| 2 | Клецкий | 100,0 | 13 | Любаньский | 75,9 |
| 3 | Несвижский | 90,4 | 14 | Вилейский | 76,4 |
| 4 | Минский | 96,8 | 15 | Червенский | 75,2 |
| 5 | Столбцовский | 96,7 | 16 | Воложинский | 74,5 |
| 6 | Березинский | 94,9 | 17 | Стародорожский | 70,3 |
| 7 | Смолевичский | 94,0 | 18 | Борисовский | 70,9 |
| 8 | Копыльский | 87,1 | 19 | Мядельский | 70,4 |
| 9 | Слуцкий | 89,7 | 20 | Логойский | 64,6 |
| 10 | Крупский | 85,6 | 21 | Молодечненский | 66,3 |
| 11 | Узденский | 84,7 | 22 | Солигорский | 60,8 |

В процессе исследования осуществлен поиск так называемых квазифакторов, которые также оказывают влияние на выпуск продукции, полученный от данной структуры

затрат, не относящихся к удельным затратам. В сельском хозяйстве к таким факторам следует отнести природно-климатические условия, плодородие почв. Природно-климатические

условия из-за небольшого пространства наблюдений здесь не учитываются. Дополнительно привлечены данные о балловых оценках плодородия пахотных земель сельскохозяйственных предприятий. На основании

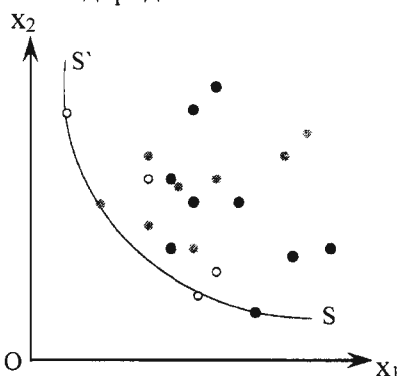
этих данных произведена группировка наблюдений, в результате которой выделено три группы районов с низкой, средней и высокой оценками плодородия пахотных почв (табл. 2).

Таблица 2

Баллы плодородия пахотных и используемых под постоянные культуры почв районов Минской области

| Оценка плодородия | Районы Минской области | Баллы плодородия | Оценка плодородия | Районы Минской области | Баллы плодородия |
|-------------------|------------------------|------------------|-------------------|------------------------|------------------|
| Низкое | Мядельский | 26,1 | Среднее | Столбцовский | 31,9 |
| | Крупский | 26,8 | | Узденский | 32,0 |
| | Логойский | 27,4 | | Смолевичский | 32,4 |
| | Березинский | 27,7 | | Солигорский | 33,7 |
| | Стародорожский | 28,1 | | Молодечненский | 34,2 |
| | Борисовский | 30,0 | | Дзержинский | 34,7 |
| | Вилейский | 30,3 | | Минский | 35,5 |
| | Пуховичский | 30,6 | Высокое | Копыльский | 37,5 |
| | Воложинский | 31,2 | | Слуцкий | 38,2 |
| Любаньский | 31,6 | Клецкий | | 40,4 | |
| Среднее | Червенский | 31,8 | | Несвижский | 42,6 |

На рис. 4 изображена диаграмма удельных расходов производства картофеля в районах Минской области, из которой видно, что эмпирической границе эффективности принадлежат точки, отображающие способы производства картофеля на почвах с различными оценками плодородия.



- низкая оценка плодородия
- средняя оценка плодородия
- высокая оценка плодородия

Рис. 4. Оценки плодородия почв

По данным выделенных групп районов осуществлен дисперсионный анализ, на основании которого сделано заключение о слабой связи между неучтенным фактором – плодородием почв, положенным в основание

группировки, и технологической эффективностью. Межгрупповая дисперсия оказалась гораздо меньше, чем средняя из внутригрупповых $\sigma_{меж} = 0,003 < \bar{\sigma}_{вн} = 0,016$, эмпирическое корреляционное отношение $\eta = 0,439$. Поскольку $F_{расч} = 2,27 < F_{табл} = 3,52$ (для доверительной вероятности $P = 0,95$) гипотеза о существенности влияния плодородия на вариацию технологической эффективности была отвергнута. Сделанное заключение о слабой корреляции между эффективностью и плодородием не означает, что плодородие не оказывает влияния на сельскохозяйственное производство. Более вероятно это обстоятельство объясняется тем, что включенные в анализ факторы коррелируют с плодородием и уже «объяснили» большую долю вариации оценок технологической эффективности.

Предложенная методология определения параметров теоретической границы эффективности является более совершенным инструментом измерения граничной изокванты по сравнению с двумя другими известными способами, которые рассматриваются ниже.

В первом случае [3, с. 254] методология построения изокванты вообще не предполагает определения аналитического вида

искомой функции, т.е. в двухмерном пространстве она представляет собой ломаную кривую (рис. 5). В этом случае оценка технологической эффективности, например, точки P – осуществляется следующим образом:

1. Задаются координаты двух точек – A и B , принадлежащих изокванте, соединенных отрезком прямой, пересекающей вектор OP в виде: $A = (x_{a1}, x_{a2})$; $B = (x_{b1}, x_{b2})$. Координаты точки P запишутся в виде: $P = (x_{p1}, x_{p2})$.

2. Тогда веса λ и μ будут решением системы уравнений линейного программирования:

$$\begin{cases} \lambda \cdot x_{a1} + \mu \cdot x_{b1} = x_{p1} \\ \lambda \cdot x_{a2} + \mu \cdot x_{b2} = x_{p2} \end{cases} \quad (6)$$

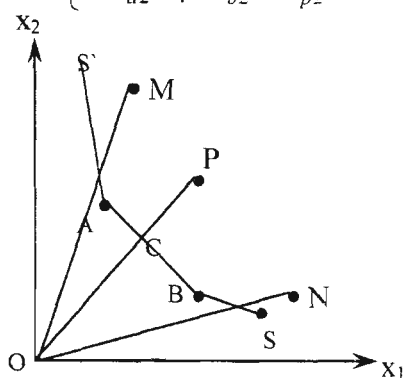


Рис. 5

Для отрезка AB сумма весов $\lambda + \mu = 1$. В данном случае отрезок AB рассматривается как часть изокванты SS' . Тогда для всех точек, лежащих выше SS' , сумма весов больше единицы, т.е. $\lambda + \mu \geq 1$.

Уравнение (6) может быть использовано для определения технологической эффективности любой точки. Для этого нужно определить сегмент SS' , который пересекается с OP . Технологическая эффективность точки P будет иметь вид:

$$P = \frac{1}{\lambda + \mu} \quad (7)$$

В приводимом примере (рис. 5) выделено три сегмента изокванты SS' – $S'A$, AB и BS по отношению к наборам точек, лежащих выше SS' . Данная методология несколько завышает оценки технологической эффективности.

Методология построения граничной изокванты во втором варианте [1, с. 717] ограничивается нахождением эмпирической границы эффективности. Далее по точкам наблюдения найденной границы с помощью метода наименьших квадратов строится степенная

функция, которая впоследствии получит название границы эффективности (рис. 6).

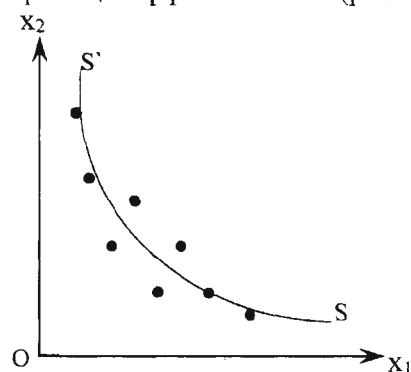


Рис. 6. Теоретическая граница эффективности

Основной недостаток этого метода состоит в том, что такая граница эффективности не может быть изоквантой, поскольку это противоречит самому определению изокванты. Во-первых, точки, находящиеся ниже границы эффективности, заведомо технологически эффективнее, а во-вторых, исследователь не может пренебрегать единичными и наиболее эффективными наблюдениями, какими являются наблюдения, находящиеся ниже изокванты.

Таким образом, приведенная автором методология представляется наиболее перспективным направлением изучения проблем оценки технологической эффективности производства. В результате проведенного анализа (см. табл. 1) по технологии возделывания картофеля самыми эффективными следует признать два района – Пуховичский и Клецкий. Группу районов, составляющую 14%, следует отнести к низкоэффективным. Среди них существенно выделяется Солигорский район (60,8%).

Проведенное исследование демонстрирует возможности применения методологии измерения технологической эффективности производства на микроуровне. Отбор наиболее передовых технологических способов производства – одно из возможных применений этой методологии. В экономико-статистическом анализе предложенная методология может быть использована более широко. Оценка параметров теоретической границы эффективности и построение на их основе граничной производственной функции за ряд лет позволит оценить роль каждого из рассматриваемых факторов в формировании выпуска продукции и прогнозировать изменения объема производства в зависимости от динамики объема ресурсов, а также оптимизировать масштабы выпуска при фиксированных объемах затрат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов, М.В., Поманский, А.Б., Трофимов, Г.Ю. Гомотетические производственные функции и анализ границ эффективности // Экономика и математические методы. 1991. Том 27. Вып. 4. С. 711–719.
2. Минюк, С.А. Математические методы и модели в экономике: Учеб. пособие / Минюк С.А., Ровба Е.А., Кузьмич К.К. Минск: ТеатраСистемс, 2002.
3. Farrell, M.J. The measurement of productive efficiency // J.Royal Statist.Soc.Ser.A. 1957. Vol. 20. № 2. P. 253–278.

РЕЗЮМЕ

Предлагается эмпирически апробированная методология оценки и анализа технологической эффективности производства, основанная на построении теоретической границы эффективности. Излагается суть алгоритма измерения технологических способов производства методами векторной геометрии.

SUMMARY

The methodology of estimation and analysis of technological effectiveness of production approved on empirical data is suggested. It is based on formation of the theoretical frontier of effectiveness. The main point of algorithm of technological production methods measuring by means of vectors geometry is stated.

* Статья поступила в редакцию 13 марта 2006 г.