Модифицированная модель экономического роста с учетом изменения человеческого капитала и эффективности обучения

Modified model of economic growth in view of changes in human capital and effectiveness of education

Асанович Валерий Яковлевич, доктор химических наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики и экономической кибернетики Белорусского государственного экономического университета

Asanovich Valery, Grand PhD in Chemical sciences, Professor, professor of the Department of applied mathematics and economic cybernetics of Belarusian state economic university

e-mail: asan41@gmail.com

Жукович Сергей Яковлевич, ассистент кафедры информационных технологий Белорусского государственного экономического университета

Zhukovich Siarhey, assistant lecturer of the Department of information technologies of Belarusian state economic university

e-mail: s.zhuk@tut.by

Аннотация

В статье предложена модифицированная модель экономического роста на основе модели Ромера. В данной модели учтены изменение человеческого капитала и эффективность обучения, которая рассчитывается с помощью математической модели обучения на основе теории управления. Приведены аналитические формулы для оптимального управления с обратной связью процессом обучения.

Ключевые слова: модель экономического роста, эффективность обучения, математическая модель обучения, оптимальное управление с обратной связью.

Abstract

This article proposes a modified model of economic growth based on Romer's model. This model underlines the change of human capital and the efficiency of learning, which is calculated with the help of a mathematical model of learning based on the theory of management. The analytical formulae for optimal feedback control of the learning process are given.

Keywords: model of economic growth, efficiency of learning, mathematical model of learning, optimal feedback control.

Поступила в редакцию / Received: 29.03.2016
Web: http://elibrary.miu.by/journals!/item.eiup/issue.46/article.4.html

Введение

Экономический рост является обобщающим показателем развития человеческого общества. В современной зарубежной и отечественной литературе экономический рост характеризуется набором определенных количественных показателей, таких как объем выпуска продукции, затраты живого труда, изменение количества экономически активного населения, объемы инвестиций, объемы основного капитала, используемого в экономике, и т.д. В условиях экономического кризиса экономический рост Республики Беларусь может быть обеспечен совершенствованием системы подготовки и переподготовки кадров. Для характеристики национальных хозяйств в государственном регулировании экономики используются различные комбинации параметров и построенные на их основе модели.

В основе современной неоклассической теории экономического роста лежат работы П.М. Ромера (P.M. Romer), Р. Лукаса (R.E. Lucas, Jr.), С. Ребело (S. Rebelo), которые опираются на результаты исследований Х. Удзавы (H. Uzawa), Е. Шешински (F. Sheshinski) [1, 2, 3]. Отличительная черта этих моделей – выделение отдельного сектора научных исследований НИОКР (научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки) и (или) сектора образования. Таким образом, рассматриваются два сектора: производственный сектор и сектор НИОКР. Нами дополнительно предлагается включить в систему фактор образования, формирующий такой продукт, как знания. Увеличение запаса знаний в экономике может происходить в результате работы сектора НИОКР (например, через увеличение числа научно-технологических разработок) или сектора образования (посредством увеличения человеческого капитала). При этом сектор образования является базовым источником получения знаний и предоставления человеческого капитала в иные сферы экономической деятельности государства, в том числе и в НИОКР. Влияние образования, НИОКР, научного потенциала государства на экономику в целом оценивается с точки зрения построения экономико-математических моделей, отражающих данное влияние в разных направлениях.

 © Минский инновационный университет, 2016

1. Модифицированная модель экономического роста на основе модели Ромера

Одной из моделей экономического роста является модель Ромера, которая демонстрирует возможность существования устойчивого роста с постоянным темпом на основе технического прогресса, который является следствием обучения работников в процессе деятельности. Результат этого процесса присваивается фирмами как внешний эффект [3]:

$$Y_t = K_t^{\alpha} \left(A_t L_t\right)^{1-\alpha},\ 0<\alpha<1, \tag{1}$$

где K_t – объем используемого капитала;

L_t – объем используемого фактора труда;

A_t – функция обучения работника;

Y_t – объемы выпуска продукции (объем производства).

Функция обучения работника зависит от общего объема капитала в экономике:

$$A = K^{\Phi},$$

где Φ – параметр эффективности обучения, эластичности запаса знаний по капиталу, $0<\Phi\leq 1$.

Таким образом, производственная функция экономики примет вид:

$$Y_t = K_t^{\alpha+\Phi(1-\alpha)} L_t^{1-\alpha},\ 0<\alpha<1, \tag{2}$$

Рассмотрим модификацию модели (2) для величины трудового активного населения [4] с учетом переподготовки кадров.

Пусть n – темп роста активного населения:

$$n = \frac{\dot{L}}{L}. \tag{3}$$

Если произвести допущение, что значение n изменяется, тогда величина темпа роста трудового активного населения n изменяется во времени. Если ввести функцию

$$N = N(n,t), \tag{4}$$

тогда величина изменения трудового потенциала, который учитывает переподготовку кадров в рамках структурных реформ во времени, может быть записана как:

$$L(t) = L_0 e^{Nt}. \tag{5}$$

Продифференцировав данное уравнение по времени, получаем:

$$\dot{L} = L(\dot{N}t + N), \tag{6}$$

Используя (3) получим:

$$\dot{N} + \frac{N}{t} = \frac{n}{t}. \tag{7}$$

Его решение имеет вид:

$$N = \frac{t_0}{t}\left[C + \int_{t_0}^{t} \frac{n}{t_0} dt\right].$$

Тогда для изменяющегося во времени фактора труда значение $L(t)$ примет вид:

$$L(t) = L_0 e^{\frac{t_0}{t}\left[C+\int_{t_0}^{t}\frac{n}{t_0}dt\right]t}. \tag{8}$$

Для времени $t=t_0$ это значение будет $N(t_0)=C$. Модифицированную производственную функцию можно записать в следующем виде:

$$Y = K^{\alpha+\Phi(1-\alpha)}\left(L_0 e^{\frac{t_0}{t}\left[N(t)+\int_{t_0}^{t}\frac{n}{t_0}dt\right]t}\right)^{1-\alpha}. \tag{9}$$

Таким образом, получена аналитическая связь влияния эффективности переобучения кадров на результат труда более подготовленных работников. Это особенно важно в условиях демографического кризиса и нехватки капитала. Экономика Республики Беларусь может опереться на мощную систему образования, усовершенствовав систему подготовки и переподготовки работников с целью увеличения параметра эффективности обучения (Φ).

Простейшим способом расчета параметра эффективности обучения (Φ) является арифметическое среднее по всем работникам страны:

$$\Phi = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\varphi_i, \tag{10}$$

где φ_i – индивидуальный параметр эффективности обучения работника i;

M – общее число работников в стране.

Таким образом, задача экономического роста по формулам (9), (10) сводится к тому, чтобы максимизировать индивидуальные параметры эффективности обучения всех работников с помощью экономико-математического моделирования процесса обучения. Для этого рассмотрим процесс обучения в рамках модели теории управления.

2. Математическая модель процесса обучения на основе теории управления

С достаточной точностью можно аппроксимировать экспериментальные данные, установленные Эббингаузом [5], с помощью экспоненты с отрицательным показателем (если брать характерное время для процесса обучения – сутки и более). Большинство исследователей выражают эту зависимость с помощью формулы

$$Z = Z_0 \exp(-kt), \tag{11}$$

где $Z=Z(t)$ – уровень (объем) текущих знаний (в академических часах);

Z_0 – начальный объем знаний при $t=t_0$;

k – коэффициент забывания, который показывает, какую часть от текущих знаний Z обучаемый забывает в среднем за сутки.

Дифференцируя (11) по времени (t), получаем однородное линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ. \tag{12}$$

Уравнение (12) описывает свободное движение вследствие ненулевых начальных условий. В задаче обучения это соответствует постепенному забыванию

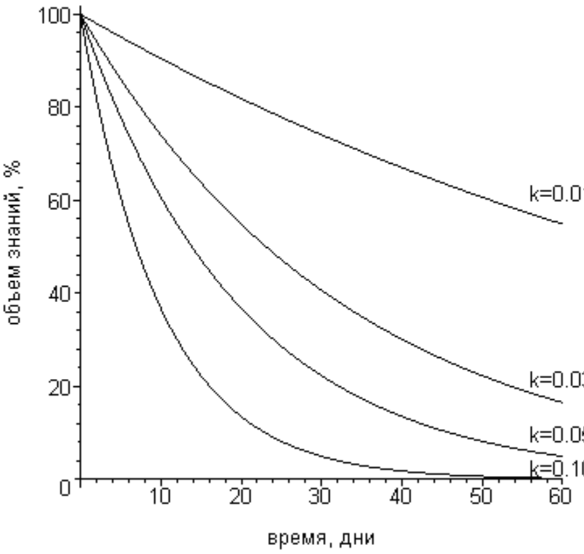


Рисунок 1 – Кривые забывания при разных коэффициентах k

ранее усвоенного объема знаний (Z_0). Разным коэффициентам забывания соответствуют различные кривые забывания (рисунок 1).

Для того чтобы имелся положительный прирост знаний, процесс обучения нужно описывать с помощью неоднородного линейного дифференциального уравнения [6]

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + f(t), \qquad (13)$$

где $f(t)$ – объем усвоенных знаний.

Решение уравнения (13) представляется в виде

$$Z = Z_0 e^{-\int\limits_0^T k d\tau} + e^{-\int\limits_0^T k d\tau} \int\limits_0^T f\tau e^{\int\limits_0^T k d\tau} d\tau, \qquad (14)$$

где T – конечный момент времени.

В технических системах функцию управления разбивают на программное управление и управление с обратной связью.

Нагрузку на учебном курсе ($U(t)$) можно представить в виде суммы [6]

$$U(t) = u_0(t) + u_2(t) + u_4(t),$$

где u_0 – программное управление, задаваемое в виде заранее запланированной нагрузки, осуществляемой преподавателем онлайн (в академических часах);

u_2 – программное управление в виде нагрузки для самостоятельного обучения;

u_4 – программное управление на дистанционном курсе в виде просмотра обучаемым видеолекций, апробированных во время традиционного процесса обучения.

Если учесть, что в процессе обучения присутствует управление с обратной связью в виде повторения уже пройденного материала, объем усвоенных знаний из (13) можно составить из шести частей [6]:

$$f(t) = \sum_{i=0}^{5} k_i u_i(t), \qquad (15)$$

где k_0 – коэффициент усвоения новых знаний при обучении с помощью преподавателя;

u_1 – управление процессом повторения посредством контрольных и самостоятельных работ после обучения преподавателем (u_1 является управлением с обратной связью);

k_1 – коэффициент усвоения для управления u_1;

k_2 – коэффициент усвоения для управления u_2;

u_3 – управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым самостоятельно;

k_3 – коэффициент усвоения для управления u_3;

k_4 – коэффициент усвоения для управления u_4;

u_5 – управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым в виде видеолекций;

k_5 – коэффициент усвоения для управления u_5.

Все коэффициенты являются безразмерными и изменяются в пределах от нуля до единицы ($0 \le k, k_i \le 1, i = 0, 1, 2, 3$).

Таким образом, процесс обучения можно описать с помощью неоднородного линейного дифференциального уравнения

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + \sum_{i=0}^{5} k_i u_i(t), \qquad (16)$$

Решение уравнения (16) представляется в виде

$$Z = Z_0 e^{-\int\limits_0^T k d\tau} + e^{-\int\limits_0^T k d\tau} \int\limits_0^T \sum_{i=0}^{5} k_i u_i(\tau) e^{\int\limits_0^T k d\tau} d\tau. \qquad (17)$$

Кривая обучения для непрерывного равномерного программного управления, полученная по формуле (17), представлена на рисунке 2 ($u_0 = 0{,}852, k = 0{,}03$).

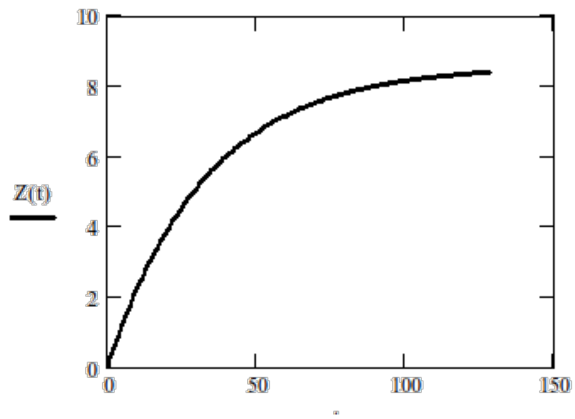
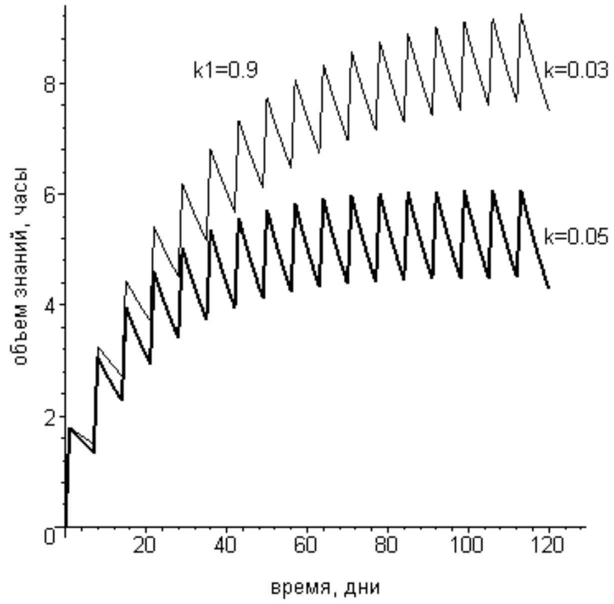


Рисунок 2 – Кривая обучения для непрерывного программного управления

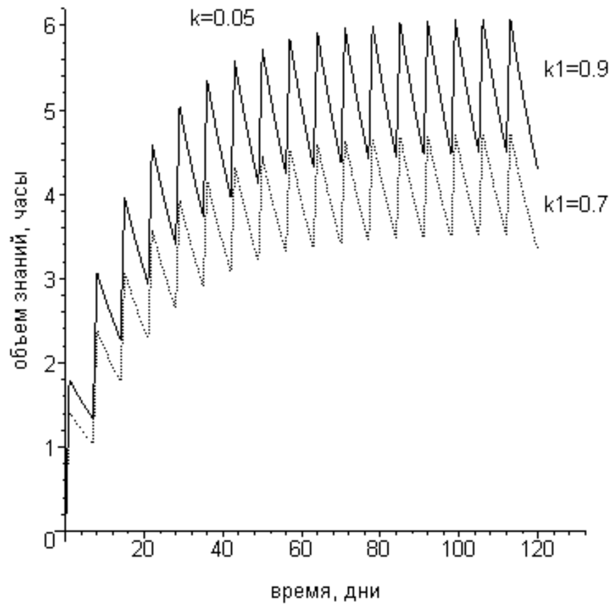
Управление в реальном процессе обучения является дискретным. Кривые обучения для разных коэффициентов забывания и усвоения при дискретном равномерном программном управлении представлены на рисунке 3 и рисунке 4.

Проведем аппроксимацию нижней кривой на рисунке 3 с помощью полинома (рисунок 5).



Кривая 1: k = 0,03, кривая 2: k = 0,05

Рисунок 3 – Кривые обучения ($k_0 = 0{,}9$) для разных коэффициентов забывания k



Кривая 1: k_0 = 0,9, кривая 2: k_0 = 0,7

Рисунок 4 – Кривые обучения ($k_0 = 0{,}05$) для разных коэффициентов забывания k_0

Из рисунков 2, 3, 4 видно, что форма кривой обучения для непрерывного программного управления и аппроксимации кривой для дискретного программного управления (рисунок 5), полученных на основе математической модели (16), аналогична феноменологической классической кривой научения, описанной в источнике [5] и представленной на рисунке 6. Таким об-

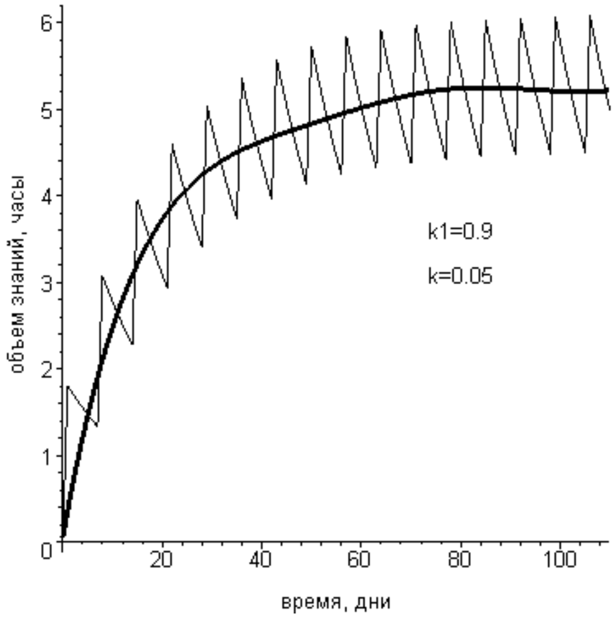


Рисунок 5 – Аппроксимированная кривая обучения, $k_0 = 0{,}9, k = 0{,}05$

разом, при любой равномерной нагрузке теоретически получается классическая кривая научения.

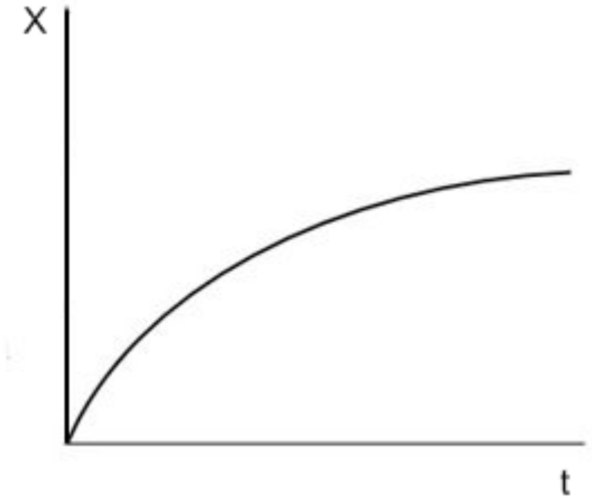


Рисунок 6 – Классическая кривая научения

Для устойчивого обучения необходимо обеспечить переход знаний у обучаемых из кратковременной памяти в долговременную. Это обеспечивается путем применения управления с обратной связью с постепенным уменьшением коэффициента забывания (k) по некоторому закону

$$k_{(n)} = f(n), \tag{18}$$

где $k_{(n)}$ – коэффициент забывания для определенного объема материала, повторенного n раз.

В первом приближении можно считать справедливой зависимость [7]:

$$k_{(n)} = ke^{-n}. \qquad (19)$$

Также при повторении увеличиваются по некоторому закону все коэффициенты усвоения, стремясь к единице при достаточно большом числе повторений.

Теперь рассмотрим, каким образом рассчитываются коэффициенты математической модели обучения. Коэффициент усвоения новых знаний при обучении с помощью преподавателя (k_0) определяется как отношение объема знаний, усвоенного обучаемым ($Z^I_{\text{УП}}$), к объему знаний, который был дан преподавателем ($Z^I_{\text{П}}$):

$$k_0 = \frac{Z^I_{\text{УП}}}{Z^I_{\text{П}}}. \qquad (20)$$

На практике сразу после лекции (семинара) обучаемый должен пройти специально разработанный тест, по результатам которого определяется усвоенный объем знаний ($Z^I_{\text{УП}}$) для каждого обучаемого.

Коэффициент усвоения при повторении n раз объема, данного ранее преподавателем, (k_{1n}) определяется с помощью формулы

$$k_{1n} = k_0 + \Delta k_{1n}, \qquad (21)$$

где Δk_{1n} определяется с помощью компьютерного моделирования.

Коэффициент усвоения новых знаний при самостоятельном обучении (k_2) рассчитывается как отношение объема знаний, усвоенного обучаемым ($Z^I_{\text{УС}}$), к объему знаний ($Z^I_{\text{С}}$), который был изучен самостоятельно:

$$k_2 = \frac{Z^I_{\text{УС}}}{Z^I_{\text{С}}}. \qquad (22)$$

$Z^I_{\text{УС}}$ определяется с помощью тех же тестов сразу после самостоятельного изучения обучаемым объема $Z^I_{\text{С}}$. При этом целесообразно полагать, что

$$k_{3n} = k_2 + \Delta k_{3n}, \qquad (23)$$

где Δk_{3n} определяется с помощью компьютерного моделирования.

Аналогично рассчитывается коэффициент усвоения новых знаний при обучении с помощью видеолекций:

$$k_4 = \frac{Z^I_{\text{УВ}}}{Z^I_{\text{В}}},$$

где $Z^I_{\text{В}}$ – объем материала, поданный в виде видеолекций;

$Z^I_{\text{УВ}}$ – объем знаний, усвоенный обучаемым на видеолекциях.

При этом целесообразно полагать, что

$$k_{5n} = k_4 + \Delta k_{5n},$$

где Δk_{5n} определяется с помощью компьютерного моделирования.

Коэффициент забывания (k) рассчитывается из формулы (6) и равен

$$k = \frac{1}{t} \ln \frac{Z_0}{Z^I}, \qquad (24)$$

где Z_0 определяется как усвоенный объем сразу после обучения;

Z^I измеряется как остаточный объем знаний по прошествии времени t (в сутках).

С помощью линейной комбинации коэффициентов усвоения и забывания, рассчитанных по формулам (20)–(24), можно определить индивидуальный параметр эффективности обучения работника φ_i:

$$\varphi_i = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^{P} (k_{jn} - k), \qquad (25)$$

где P – количество управлений, используемых для обучения работника i.

Для практического применения математической модели 16 необходимо провести аналитические и численные расчеты оптимального программного управления и оптимального управления с обратной связью, чтобы обеспечить максимальные уменьшение коэффициента забывания и увеличение шести коэффициентов усвоения при минимальной нагрузке на профессорско-преподавательский состав.

3. Оптимальное управление с обратной связью процессом обучения

При реальном учебном процессе программные управление u_0, u_2, u_4 заранее заданы и являются дискретными. Поэтому задача оптимального управления сводится к нахождению оптимальных управлений с обратной связью $u_1^* = u_1^*(t, Z(t)), u_3^* = u_3^*(t, Z(t)), u_5^* = u_5^*(t, Z(t))$ (синтез оптимального регулятора).

Для оптимального управления с обратной связью при обучении с помощью преподавателя имеем исходное дифференциальное уравнение изучаемого процесса:

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + k_0 u_0(t) + k_1 u_1(t). \qquad (26)$$

Требуется минимизировать функционал качества управления обучением:

$$J = \int_0^T (u_1(t) - Z(t))\, dt - Z(T). \qquad (27)$$

Достаточным условием минимума функционала (27) является уравнение Беллмана для непрерывных детерминированных систем [8, 9]. Если существует функция $\varphi(t, Z)$, удовлетворяющая уравнению Беллмана

$$\max_{u_1 \le u_{1\max}} \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial Z}(-kZ + u_0 + u_1) - u_1 + Z \right\} = 0 \quad (28)$$

с граничным условием

$$\varphi(T, Z) = Z(T), \qquad (29)$$

и управление u_1, удовлетворяющее условию

$$u_1^* = \arg\max_{u_1 \le u_{1\max}} \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial Z}(-kZ + u_0 + u_1) - u_1 + Z \right\} \quad (30)$$

с ограничением

$$0 \le u_1 \le u_{1\max}, \qquad (31)$$

то $u_1^*(t, Z)$ является оптимальным управлением с полной обратной связью,

где $u_{1\max}$ – максимально допустимая нагрузка для повторения.

Уравнение Беллмана (28) линейно по u_1, поэтому оптимальное управление u_1^* с ограничением (31) будет релейным [10], и описать его можно будет уравнением

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial Z} - 1\right) u_1^* = 0,$$

которое удовлетворяет условию (30).

Тогда оптимальное управление с обратной связью –

$$u_1^* = \begin{cases} 0, & \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \neq 1 \\ u_{1\max}^*, & \frac{\partial \varphi}{\partial Z} = 1. \end{cases} \quad (32)$$

Из системы (32) при граничном условии (29) определяется условие включения управления с обратной связью

$$Z(t) = \varphi(t, Z).$$

Пусть нужно оптимальным образом попасть из точки $(Z_0, 0)$ в точку (Z_1, T), где $Z_1 \in [Z_{\min}, Z_{\max}]$. В качестве функции φ удобно взять опорную траекторию (34), соединяющую начальную и конечную точки. Тогда оптимальное управление с обратной связью будет

$$u_1^*(t_j) = \begin{cases} 0, & Z(t_{j-1}) > Z^0(t_{j-1}) \\ Y_{\Pi i}(t_i), & Z(t_{j-1}) \leq Z^0(t_{j-1}), \end{cases} \; j = 1, 2 \ldots T, \quad (33)$$

где $Y_{\Pi i}(t)$ – объем знаний, повторяемый в момент времени t_j, из материала, данного преподавателем.

Общий объем повторенного материала, данного преподавателем:

$$Y_\Pi = \sum_{i=1}^{\text{М}_\Pi} Y_i, \; Y_\Pi \in X,$$

где М_Π – число контрольных и самостоятельных работ на повторение пройденного материала;

X – полный объем учебного курса.

Оптимальная траектория рассчитывается по формуле

$$Z^*(u_1^*) = Z_0 e^{-k\tau} + e^{-k\tau} \int_0^T (k_0 u_0^*(\tau) + k_1 u_1^*(\tau)) \, e^{k\tau} d\tau. \quad (34)$$

Рассмотрим теперь идеальный случай. Пусть обучаемый усваивает всю информацию ($k_0 = 1$) и полностью ее сохраняет с помощью повторения и применения ($k = 0$). Такой идеальный процесс обучения описывается формулой

$$Z = Z_0 + \int_0^T u(\tau) d\tau$$

и показан на рисунке 7.

В этом случае индивидуальный параметр эффективности обучения работника равен единице.

Из проведенного исследования следует, что обучение и переобучение кадров может дать следующий эффект в рамках национальной экономики:

$$Y = K^{\alpha + \frac{1}{\text{М}} \sum_{i=1}^{\text{М}} \frac{1}{P} \sum_{j=1}^{P} (k_{jn} - k)(1-\alpha)} \left(L_0 e^{\frac{t_0}{t} \left[N(t) + \int_{t_0}^{t} \frac{n}{t_0} dt \right] t} \right)^{1-\alpha}. \quad (35)$$

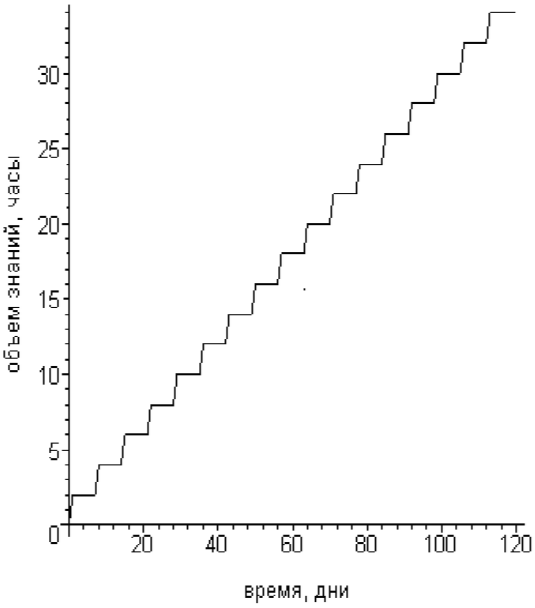


Рисунок 7 – Кривая идеального обучения

Заключение

В статье предложена модифицированная модель экономического роста на основе модели Ромера. В данной модели учтены изменение человеческого капитала и эффективность обучения, которая рассчитывается с помощью математической модели обучения на основе теории управления.

Математическая модель процесса обучения в виде линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка имеет шесть видов управлений: программное управление, задаваемое в виде заранее запланированной нагрузки, осуществляемой преподавателем; программное управление в виде нагрузки для самостоятельного обучения; программное управление в виде просмотра обучаемым видеолекций, апробированных во время традиционного процесса обучения; управление с обратной связью после обучения преподавателем (управление процессом повторения посредством контрольных и самостоятельных работ); управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым самостоятельно; управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым в виде видеолекций. На входе модель имеет такие показатели: начальный объем знаний (в академических часах), начальный коэффициент забывания, шесть начальных коэффициентов усвоения для соответствующих управлений. На выходе модель имеет такие показатели: текущий (конечный) объем знаний (в академических часах), уменьшенный текущий (конечный) коэффициент забывания в зависимости от числа повторений учебного материала, увеличенные коэффициенты усвоения для шести управлений. Индивидуальный параметр эффективности обучения работника строится с помощью линейной комбинации коэффициентов усвоения и забывания.

Приведены решения для управления с обратной связью. Использование этих решений на практике позволит повысить качество обучения и сохранять знания и навыки работников в долговременном плане. Обучение и переобучение кадров может дать эффект в рамках национальной экономики, который рассчитывается по формуле (35).

Список литературы

[1] Lucas, R.E. On the mechanics of economic development / R.E. Lucas // Journal of Monetary Economics. – 1988. – Vol. 22. – P. 3–42.

[2] Rebelo, S. Long-run policy analysis and long-run growth / S. Rebelo // Journal of Political Economy. – 1991. – Vol. 99, iss. 3. – P. 500–521.

[3] Шараев, Ю.В. Теория экономического роста / Ю.В. Шараев. – М.: Издательский дом ГУ ВШЭ, 2006. – 254 с.

Sharayev, Yu.V. Teoriya ekonomicheskogo rosta / Yu.V. Sharayev. – M.: Izdatel'skiy dom GU VShE, 2006. – 254 p.

[4] Жукович, С.Я. Модифицированная модель экономического роста в условиях технологического прогресса и изменения человеческого капитала / С.Я. Жукович, Ю.А. Симанович // Вестник БГЭУ – 2013. – № 5. – С. 45–51.

Zhukovich, S.Ya. Modifitsirovannaya model' ekonomicheskogo rosta v usloviyakh tekhnologicheskogo progressa i izmeneniya chelovecheskogo capitala / S.Ya. Zhukovich, Yu.A. Simanovich // Vestnik BGEU. – 2013. – No. 5. – P. 45–51.

[5] Крайг, Г. Психология развития / Г. Крайг, Д. Бокум. – Изд. 9-е. – СПб.: Питер, 2005. – 940 с.

Krayg, G. Psikhologiya razvitiya / G. Krayg, D. Bokum. – Izd. 9-e. – SPb.: Piter, 2005. – 940 p.

[6] Жукович, С.Я. Концептуальное и математическое моделирование оптимального управления обучением на экспортном сетевом курсе / С.Я. Жукович // Инновационные образовательные технологии. – 2015. – № 3. – С. 50–57.

Zhukovich, S.Ya. Kontseptual'noye i matematicheskoye modelirovaniye optimal'nogo upravleniya obucheniyem na eksportnom setevom kurse / S.Ya. Zhukovich // Innovatsionnyye obrazovatel'nyye tekhnologii. – 2015. – No. 3. – P. 50–57.

[7] Майер, Р.В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения / Р.В. Майер. – Глазов, ГГПИ, 2013. – 138 с.

Mayer, R.V. Kiberneticheskaya pedagogika: Imitatsionnoye modelirovaniye protsessa obucheniya / R.V. Mayer. – Glazov, GGPI, 2013. – 138 p.

[8] Кротов, В.Ф. Основы теории оптимального управления / В.Ф. Кротов [и др.]; под ред. В.Ф. Кротова. – М.: Высшая школа, 1990. – 430 с.

Krotov, V.F. Osnovy teorii optimal'nogo upravleniya / V.F. Krotov [i dr.]; pod red. V.F. Krotova. – M.: Vysshaya shkola, 1990. – 430 p.

[9] Чаки, Ф. Современная теория управления. Нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / Ф. Чаки. – М.: Мир, 1975. – 420 с.

Chaki, F. Sovremennaya teoriya upravleniya. Nelineynyye, optimal'nyye i adaptivnyye sistemy / F. Chaki. – M.: Mir, 1975. – 420 p.

[10] Пантелеев, А.В. Теория управления в примерах и задачах / А.В. Пантелеев. – М.: Высшая школа, 2003. – 382 с.

Panteleyev, A.V. Teoriya upravleniya v primerakh i zadachakh / A.V. Panteleyev. – M.: Vysshaya shkola, 2003. – 382 p.