

ИЗМЕРЕНИЕ ИНДЕКСА ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ЦЕН НА ОСНОВЕ ПЕРЕМЕННОЙ ЭЛАСТИЧНОСТИ ЗАМЕЩЕНИЯ

Г.А. Хацкевич

Решением одной из задач обеспечения устойчивого социально-экономического развития Республики Беларусь является формирование стабильного платежеспособного спроса населения. Данная задача не может быть эффективно решена без разработки количественных методов, позволяющих измерять предпочтения потребителей. Эти предпочтения заключаются в выборе (замещением) ими товаров и услуг, близких по их потребительским свойствам. При этом критерием выбора (замещения) является стоимость потребления. Применение механизма замещения может рассматриваться как адекватная реакция потребителя (при его фиксированном доходе) на рост цен на определенные виды товаров и услуг.

В теории личного потребления математическое описание потребительского поведения осуществляется с помощью аппарата функций полезности [1]. Однако традиционная концепция кривых безразличия, состоящей из множества графиков, точки которых представляют собой сочетания благ, необходимых для достижения заданного уровня потребления, не соответствует реальному поведению рационального потребителя. Ошибочность концепции состоит в том, что с ростом дохода степень кривизны линий безразличия, мерой которой служит коэффициент эластичности замещения, остается постоянной величиной. С геометрической точки зрения карта кривых безразличия не будет состоять (как это принято в экономической теории) из параллельных кривых, а содержать линии с изменяющейся кривизной.

Следует отметить, что выбор потребителем товаров и услуг зависит от размера его дохода и уровня цен. Однако в краткосрочном периоде структура расходов на приобретение благ даже при увеличении дохода потребителя как правило остается неизменной. При этом доля расходов на покупку отдельных благ меняется пропорционально изменению дохода. В долгосрочной же перспективе рациональному поведению потребителя свойственно изменение структуры его расходов, адекватное изменению его дохода и цен на товары и услуги.

Способы измерения величины структурных сдвигов в общих расходах потребителя основаны как на расчете точечных показателей, оценивающих уровень сдвигов единственным числом, так и в проведении процедуры проверки статистических гипотез об уровне изменчивости поведения потребителя.

К точечным показателям относится коэффициент сопряженности [2]:

$$K_c = \sqrt{\frac{\sum (w_k^1 - w_k^0)^2}{\sum ((w_k^1)^2 + (w_k^0)^2)}}, \quad (1)$$

где w_k^t – доля расходов на приобретение k -го товара потребительской корзины в период t ; $t = 0$ – базисный период; $t = 1$ – отчетный период.

Коэффициент сопряженности (K_c) применяется при малых объемах выборки или при типологической группировке потребителей по уровню их доходов, в которой интервалы содержат незначительное количество товаров и услуг. Если величина K_c близка единице, то имеет место существенное перераспределение расходов потребителя, т. е. изменяется структура потребления. Если же значение K_c близко к нулю, то структура потребления не меняется.

К процедурам проверки статистических гипотез об отсутствии структурных сдвигов относится тест Смирнова, решающая функция которого, следуя вероятностному распределению хи-квадрат, имеет вид [3]:

$$\gamma^{(n)} = \sum_{k=1}^s \frac{(v_{1k} - v_{2k})^2}{v_{1k} + v_{2k}} \equiv \sum_{k=1}^s \gamma_k^{(n)}, \quad (2)$$

где v_{ik} – количество элементов i -й выборки, попавших в k -й интервал, $k=1, \dots, s$; $i=1, 2$, а n – объем выборок. При этом, если

$$\gamma^{(n)} \leq \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 (s-1) \text{ или } \gamma^{(n)} \geq \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2 (s-1), \quad (3)$$

то гипотеза об однородности в структуре потребления отвергается на уровне значимости α . В форму-

ле (3) значение решающей функции теста Смирнова $\gamma^{(n)}$ сравнивается с квантилью хи-квадрат распределения порядка $\frac{\alpha}{2}, 1 - \frac{\alpha}{2}$ и числом степеней свободы $s-1$.

Часто применяемыми в экономической теории видами функций полезности, обладающими определенной степенью общности, являются функции с постоянной (CES) и переменной (VES) эластичностью замещения (5). В таблице 1 представлены частные случаи CES-функции полезности: от предусматривающей абсолютное замещение благ (коэффициент эластичности №.2) до полного отсутствия эффекта замещения (коэффициент элас-

тичности №.5). Следует пояснить, что для придания функциям полезности свойства измерять динамику потребления, в формулах таблицы 1 вместо переменных объема продаж товаров и услуг использовались их индивидуальные индексы (см. табл. 1).

В таблице 1 введены следующие обозначения: w_k^0 – доля расходов на приобретение k -го товара потребительской корзины в базисном периоде; ρ – параметр, зависящий от коэффициента эластичности замещения δ ; $i_j(q)$ – индивидуальный индекс объема продаж товара с номером $j \in \{1, \dots, n\}$; $i_j(p)$ – индивидуальный индекс цен на товар с номером, $i_j(V) = i_j(p) i_j(q)$.

Таблица 1
Основные случаи зависимости индекса функции полезности и потребительских цен от степени замещения благ

Коэффициент эластичности замещения	ИНДЕКС ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ (U(q))	ИНДЕКС ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ЦЕН (I _p)
1. $\delta = const$ ($\rho = \delta^{-1} - 1$)	CES–постоянная эластичность замещения: $\left(\sum_{k=1}^n w_k^0 \cdot i_k^{-\rho}(q) \right)^{-\frac{1}{\rho}}$	$\left(\sum_{k=1}^n w_k^0 \cdot i_k^{\rho}(p) \right)^{\frac{1}{\rho}}$
2. $\delta = \infty$ ($\rho = -1$)	$\sum_{k=1}^n w_k^0 i_k(q),$	Г.Пааше: $P(p) = \left(\sum_{k=1}^n w_k^0 \cdot i_k^{-1}(p) \right)^{-1}$
3. $\delta = 1$ ($\rho \rightarrow 0$)	$\prod_{k=1}^n i_k^{w_k^0}(q)$	И.Фишера: $\prod_{k=1}^n i_k^{w_k^0}(p)$
4. $\delta = 0,5$ ($\rho = 1$)	$\left(\sum_{k=1}^n w_k^0 \cdot i_k^{-1}(q) \right)^{-1}$	Э.Ласпейреса: $L(p) = \sum_{k=1}^n w_k^0 i_k(p),$
5. $\delta = 0$ ($\rho \rightarrow \infty$)	$\min_{1 \leq k \leq n} \left\{ \frac{i_k(q)}{w_k^0} \right\}$	типа В.Леонтьева: $\min_{1 \leq k \leq n} \{ w_k^0 i_k(p) \}$
6. $\delta \neq const$ ($\rho \neq const$)	VES– переменная эластичность замещения $\left[w_j^0 i_j^{-\rho}(q) + w_k^0 \gamma \left(\frac{i_j(q)}{i_k(q)} \right)^{-S(1+\rho)} i_k^{-\rho}(q) \right]^{-\frac{1}{\rho}}$	$\left[w_j^0 i_j^{-\rho}(V) i_j^{\rho}(p) + w_k^0 \gamma \left(\frac{i_j(V)}{i_k(V)} \right)^{-S(1+\rho)} \left(\frac{i_j(p)}{i_k(p)} \right)^{S(1+\rho)} i_k^{-\rho}(V) i_k^{\rho}(p) \right]^{-\frac{1}{\rho}}$

Характер степени замещения товаров потребительской корзины

Номер коэффициента эластичности замещения в табл. 1	Значение коэффициента эластичности замещения	Изменение структуры расходов во времени	Характеристика товаров	
			взаимозаменяемость	взаимодополняемость
1	const	нет	да	да
2	∞	нет	абсолютная	нет
3	1	нет	симметричная	симметричная
4	0.5	нет	да	да
5	0	нет	нет	абсолютная
6	переменная	да	переменная во времени	переменная во времени

Формулы, представленные в таблице 1, характеризуются возможностью взаимозамещения или взаимодополнения товаров потребительской корзины в соответствии с значением коэффициента эластичности замещения (см. табл. 2) [4].

При этом параметр ρ оценивается медианой вариационного ряда $\rho_{kj} = \delta_{kj}^{-1} - 1$; $k, j = 1, \dots, n$.

Математическое обоснование предположения о том, что с ростом дохода рациональный потребитель может обходиться без жесткого использования механизма замещения благ. Иллюстрация изложенного предположения изображена на рисунках кривых безразличия (см. рис. 1, 2) приводится ниже (другими словами, при увеличении расходов (уровня потребления U) коэффициент эластичности замещения будет уменьшаться).

Коэффициент эластичности замещения δ_{kj} для VES-функции полезности можно представить в следующем виде[4]:

$$\frac{1}{\delta_{kj}} = \frac{a_k I_{kj}^{((1+\rho)(1-S)-2)} ((1+\rho)(1-S)-1)}{a_j + a_k I_{kj}^{((1+\rho)(1-S)-1)}} + 1 \equiv k_{инд} + 1, \tag{4}$$

где:

$$I_{kj} = \frac{i_k(q)}{i_j(q)}, \quad a_k = -\frac{w_j^0 \rho}{w_k^0 (S(1+\rho) - \rho)},$$

$$a_j = -\frac{w_j^0 S(1+\rho)}{w_k^0 (S(1+\rho) - \rho)}.$$

Если первое слагаемое $k_{инд}$ соотношения (4) положительно, то $\delta_{ij} < 1$, в противном случае $\delta_{ij} > 1$.

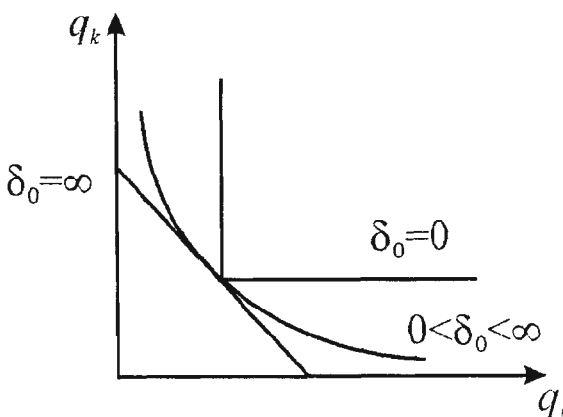


Рис.1. Начальный уровень потребления (U_0)

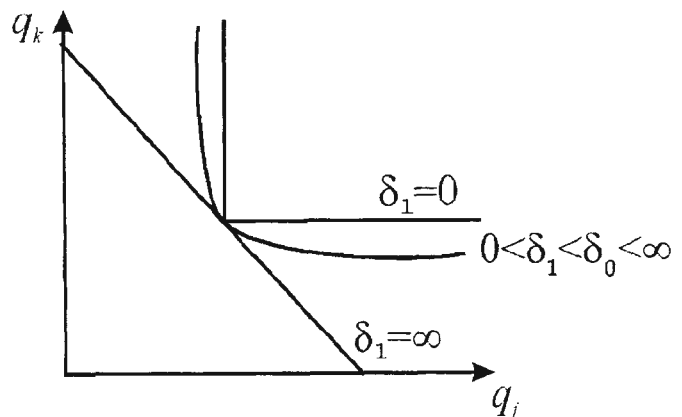


Рис. 2. Уровень потребления ($U_1 > U_0$)

Анализ величины $k_{инд}$ (положительное или отрицательное значение) проведен с учетом взаимосвязи между параметрами S и ρ VES-функции полезности [6]:

- а) $S \geq 1$, если $\rho < -1$, $\rho \neq -1$;
- б) $1 > S > \frac{\rho}{1+\rho}$, если $-1 < \rho < 0$;
- в) $S \rightarrow 0$, если $\rho \rightarrow 1$;
- г) $S \leq \frac{\rho}{1+\rho}$, если $\rho > 0$.

Тогда, принимая во внимание справедливость неравенства (г) при $\rho > 0$, из выражения (4) следует, что $k_{инд} > 0$, т.е. $\delta_{kj} < 1$. Следовательно, с ростом дохода рациональный потребитель не придает существенного значения эффекту замещения.

Представляет интерес нахождение оценки индекса уровня полезности, при достижении которого потребитель не принимает во внимание возможность замещения благ. Условиею элиминирования эффекта замещения потребителем соответствует значение коэффициента замещения, равное нулю (коэффициент эластичности №5 см. табл. 1). При нулевом коэффициенте замещения из формулы (4) получается соотношение:

$$a_j + a_k I_{kj}^{((1+\rho)(1-S)-1)} = 0. \quad (5)$$

Если значения индивидуальных индексов $i_k(q)$ и $i_j(q)$ будут удовлетворять условию (5), то формула для индекса VES-функции полезности для товаров с номерами k, j примет вид:

$$U_{k,j}(\rho) = i_j(q) \left[w_j^0 + w_k^0 \gamma \left(-\frac{\rho}{S(1+\rho)} \right) \right]^{\frac{1}{\rho}}.$$

Исключение эффекта замещения будет осуществляться тогда, когда $\rho \rightarrow \infty$. Переходя к пределу, получим:

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} U_{k,j}(\rho) = U_{k,j}^* = i_j(q) \frac{z_j - 1}{z_j} \ln^2(1 - z_j),$$

где $z_j \equiv \frac{w_k \gamma}{w_j S} = \frac{1 - w_j}{w_j S}$.

В этой связи индекс уровня полезности потребительской корзины, при достижении которого не учитывается замещение благ, получится из следующего условия:

$$U_n^* = \max_{1 \leq k, j \leq n} U_{k,j}^* \quad k \neq j. \quad (6)$$

Для использования полученных индикаторов потребительского поведения применялась оценка коэффициента эластичности вида [7]:

$$\delta_{kj} = \frac{\Delta \ln i_k(q) - \Delta \ln i_j(q)}{\Delta \ln i_j(p) - \Delta \ln i_k(p)}, \quad (7)$$

где: Δ – оператор приращения соответствующей переменной во времени;

$i_j(q)$ – индивидуальный индекс объема продаж товара с номером $j \in \{1, \dots, n\}$;

$i_j(p)$ – индивидуальный индекс цен на товар с номером $j \in \{1, \dots, n\}$;

n – объем выборки товаров и услуг в потребительской корзине.

Поясним, что практическая реализация теоретического обоснования измерения потребительского поведения осуществлялась на основе данных товарооборота рынка фармацевтических препаратов Республики Беларусь. Из 2500 наименований лекарств (данные об объемах продаж и ценах отслеживались ежеквартально) было отобрано 100 препаратов, пользующихся наибольшим спросом. В соответствии с анатомо-терапевтической классификацией Европейской фармацевтической ассоциации (АТС) отобранные лекарственные препараты были сгруппированы с учетом отечественной врачебной классификации в однородные по назначению классы [7; 8]:

1. Infection Disease (J; антибактериальные средства системного действия; 7 подклассов);
2. Antineoplastic and Immunomodulating Agents (L; противоопухолевые средства и иммуномодуляторы; 4 подкласса);
3. Endocrinology, metabolism (H; системные гормональные средства, исключая половые гормоны; 5 подклассов);
4. Blood and Blood forming organs (B; гематология; 6 подклассов);
5. Psychiatry (N; психиатрия; 4 подкласса);
6. Nervous system and Sensory organs (N; неврология; 3 подкласса; S; 3 подкласса);
7. Cardio-Vascular system (C; сердечно-сосудистые средства; 10 подклассов);
8. Respiratory system (R; респираторные средства; 7 подклассов);
9. Alimentary tract (A; гастроэнтерология; 8 подклассов и метаболизм – 5 подклассов);
10. Genito-urinary system (G; гинекология и урология (половые гормоны); 4 подкласса);
11. Dermatology (D; дерматология; 11 подклассов);
12. Musculo-skeletal system (M; опорно-двигательная система; 9 подклассов).

Расчеты коэффициента сопряженности K_c и значения решающей функции теста Смирнова приведены в таблице 3.

В результате обработки данных таблицы 3 были получены следующие значения:

$$K_c = \sqrt{42,938 / 5343,178} = 0,089 \quad \gamma^{(n)} = 3,125. \quad \text{Тест}$$

Результаты расчета коэффициента K_s и решающей функции

№ класса	$t=0$		$t=1$		$(w_k^1 - w_k^0)^2$	$((w_k^1)^2 + (w_k^0)^2)$	$\gamma_k^{(n)}$
	v_0	$w_0, \%$	v_1	$w_1, \%$			
1	15	16,43	16	16,98	0,303	558,265	0,032
4	1	2,30	3	2,91	0,372	13,758	1,000
6	27	46,83	26	43,20	13,177	4059,289	0,019
7	12	6,97	16	11,15	17,472	172,903	0,571
8	11	9,00	8	5,85	9,923	115,223	0,474
9	18	13,05	17	14,32	1,613	375,365	0,029
10	-	-	1	0,25	0,063	0,063	1,000
11	10	4,95	10	4,83	0,014	47,831	0,000
12	2	0,47	2	0,51	0,002	0,481	0,000
Итого					42,938	5343,178	3,125

Смирнова на уровнях значимости $\alpha = 0,05$ и $\alpha = 0,10$ подтвердил гипотезу о неизменной структуре потребительских расходов между классами в базисном и отчетном периодах.

Расчет универсального индекса потребительских цен для спроса на лекарственные препараты в Республике Беларусь осуществлен с учетом следующего предположения. Приобретение лекарственных средств потребителем характеризуется его определенной консервативностью. Она заключается в сохранении структуры расходов в бюджете потребителя на определенные классы лекарств и высокой эластичностью их замещения внутри однородных по назначению классов. Тогда внутриклассовые индексы целесообразно измерять по VES-индексу, а межклассовую динамику индекса цен на лекарства – по CES-индексу.

Оценка динамики цен на рынке лекарственных препаратов Республики Беларусь в тех их классах, которые содержали более 5 препаратов из 100 наиболее продаваемых в базисный период представлены в таблице 4.

Параметр ρ , рассчитанный по прямому методу на основе внутригрупповых индексов, составил 4,15. В этом случае CES-индекс равен 130,30%.

Межклассовый индекс цен составил по формулам: Э. Ласпейреса – 131,80%, Г. Пааше – 115,33%, И. Фишера – 123,29%. Величины смещения в форме абсолютных разностей составили:

$$B_L = 1,50\%, B_p = 14,97\%, B_F = 7,01\%.$$

Величина смещения, которая возникла в результате применения формулы Э. Ласпейреса, используемой в официальной статистике, обусловлена от-

Таблица 4

Индексы цен на лекарственные препараты в Республике Беларусь

№ класса	Наименование класса	Объем класса	Внутриклассовые индексы	Межклассовый индекс
1	Infection Disease	16	1,25	$G(p) = 130,30\%$ $L(p) = 131,80\%$ $P(p) = 115,33\%$ $F(p) = 123,29\%$ Смещения: $B_L = 1,5\%$ $B_p = 14,97\%$ $B_F = 7,01\%$
6	Nervous system & Sensory organs	26	2,02	
7	Cardio-Vascular system	16	1,71	
8	Respiratory system	8	2,19	
9	Alimentary tract	17	1,13	
11	Dermatology	10	1,44	

существом учета замещения благ в потребительской корзине в рассматриваемый период.

Таким образом, теоретические результаты проведенного исследования подтвердили гипотезу об отказе использования замещения товаров и услуг при значительном росте уровня потре-

бления. Численные результаты, полученные на основе данных товарооборота лекарственных препаратов Республики Беларусь, позволили рассчитать агрегатный индекс цен и тем самым оценить темп изменения их общего уровня на отечественном фармацевтическом рынке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гребенников П.И., Леусский А.И., Тарасевич Л.С. Микроэкономика. СПб.: Изд-во СПГУЭФ, 1996.
2. Социально-экономическая статистика/ Под ред. С.Р. Нестерович. Мн.: БГЭУ, 2003 .
3. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика. Основы эконометрики. Т.1: Теория вероятностей и прикладная статистика. М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2001.
4. Хацкевич Г.А. Индексные модели динамики потребительских цен // Математические методы в финансах и эконометрика: Матер. Второй межд. конф. «Проблемы актуарной и финансовой математики». Мн.: БГУ, 2002.
5. Хацкевич Г.А. Экономические индексы цен: методология исчисления. Мн.: ИУП, 2000..
6. Хацкевич Г.А., Мудрый А.К. Качество жизни: моделирование и структурный анализ // Проблемы экономики и управления / Под ред. В.Ф. Медведева, Г.А. Хацкевича: Препринт. Мн.: ИУП, 2002.
7. Anatomical Therapy Classification: The European Pharmaceutical Market Research Association. Br.: EphMra, 1998.
8. Здравоохранение в Республике Беларусь: Официальный стат. сб. Мн.: Белорусский ЦНМИ Министерства здравоохранения Республики Беларусь, 1999.

РЕЗЮМЕ

Дается математическое обоснование предположения о том, что с ростом дохода рациональный потребитель может обходиться без жесткого механизма замещения благ. Реализуется идея отказа использования замещения товаров и услуг, в частности по товарам и услугам, связанным с лекарственными препаратами, при значительном росте уровня потребления.

SUMMARY

The mathematical grounds have been given for the supposition that with income growth the efficient consumer can manage without the strong mechanism of substitution of values. The article implements the idea of turning down the practice of goods and services substitution concerning, in particular, the goods and services relating to medicines under the considerable growth of consumption.